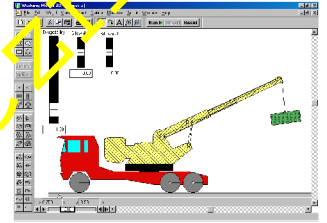


Ćwiczenie 20



WIRTUALNE MODELOWANIE UKŁADÓW MECHANICZNYCH

20.1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest poznanie możliwości rozwiązywania zadań z mechaniki z zastosowaniem wyspecjalizowanych programów przeznaczonych do konstruowania i analizy wirtualnych modeli układów mechanicznych.

20.2. Wprowadzenie

Rozwiązywanie zadań z mechaniką przy pomocy komputera jest obecnie koniecznością. Wpływa to na rozwój klasycznych metod mechaniki, ich adaptację do nowych potrzeb, a także na powstawanie nowych metod, stosowanych w licznych systemach komputerowo wspomaganą analizy układów mechanicznych. Istnieje bogate specjalistyczne oprogramowanie przeznaczone do analizy złożonych urządzeń i maszyn. Przykładami takich programów są: *ADAMS*, *DADS*, *Working Model*, *MSC.visualNastran 4D*. Analiza dynamiki układu przy użyciu takich systemów komputerowych polega na określeniu modelu badanego obiektu, działających nań obciążeniach, oddziaływań otoczenia – w sposób właściwy dla danego systemu. Obliczenia wykonywane są w sposób zautomatyzowany, a wyniki przedstawiane są w formie graficznej (symulacja ruchu¹, wykresy wyznaczonych wielkości). Utworzony w ramach programu model urządzenia lub maszyny nazywany jest modelem wirtualnym.

System *Working Model* służy do rozwiązywania i symulacji ruchu złożonych układów mechanicznych. Umożliwia budowanie modelu odpowiadającego analizowanemu rzeczywistemu układowi mechanicznemu, prowadzenie obliczeń i wizualizację wyników. Wykorzystywana w laboratorium mechaniki wersja programu pozwala na analizę układów, których ruch jest ograniczony do jednej płaszczyzny.

Przedstawione dalej przykłady ilustrują możliwości wykorzystania systemu *Working Model* do analizy dynamiki układów, które są częścią stanowisk badawczych (np. wykorzystywanych w ćwiczeniach nr 16, 18, 19). Zamieszczone ponadto typowe zadania z mechaniki, przeznaczone do rozwiązania za pomocą komputera, wprowadzają do rozwiązywania i modelowania układów mechanicznych metodami symulacji komputerowej.

20.3. Obsługa systemu *Working Model*

Budowanie modelu wirtualnego polega na wprowadzeniu do pamięci komputera modelu analizowanego układu oraz wszystkich parametrów, które charakteryzują ten model. Umożliwia to specjalny edytor graficzny wyposażony w narzędzia, które pozwalają na deklarowanie właściwości modelu, obciążeniach, parametrów liczbowych, wprowadzenie więzów, łączenie ciał za pomocą przegubów itp.

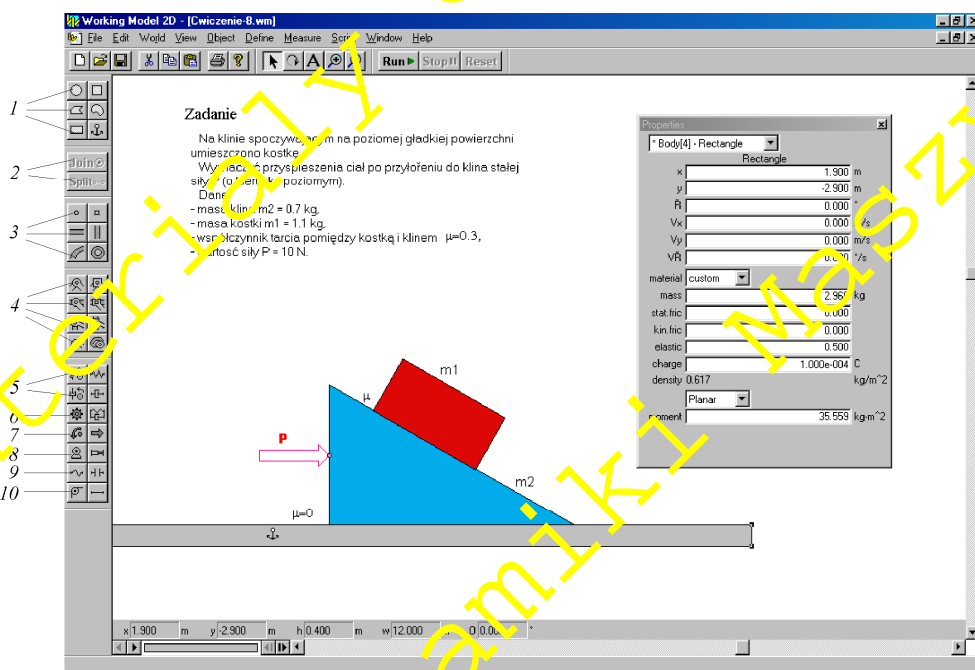
¹ Symulacja ruchu polega na przedstawieniu ruchu rzeczywistego układu na podstawie rozwiązań wyznaczonych metodami numerycznymi lub analogowymi.

² Model wirtualny układu jest modelem tworzonym przy pomocy specjalnego programu komputerowego. Jest to odwzorowanie modelu fizycznego układu przy pomocy edytora graficznego (wyposażonego w narzędzia, które pozwalają na zadawanie właściwości modelu, obciążeniach, parametrów) automatycznie uzupełniany o równania ruchu oraz związki (prawa) fizyczne.

³ Kolejne wersje tego programu – *Working Model 3D* oraz *MSC.visualNastran 4D* – pozwalają na analizę przestrzennych ruchów ciał.

Zbudowanie modelu wirtualnego sprowadza się do odwzorowania (przy pomocy dostępnych narzędzi z menu programu) modelu fizycznego na ekranie monitora. Korzysta się przy tym z widocznego na rysunku 20.1 bocznego menu zawierającego ikony, które umożliwiają:

1. tworzenie ciał (obiektów o zadanej masie i geometrii) o kształcie: koła, kwadratu, wielokąta, ograniczonym linią krzywą, a także unieruchomienie wybranego ciała (kotwica),
2. połączenie ciał przy pomocy przegubów (**Join**) lub rozłączenie (**Split**),
3. tworzenie punktów (pozwalających np. na mierzenie własności) oraz prowadnic poziomych, pionowych i krzywoliniowych,
4. modelowanie różnego rodzaju połączeń przegubowych,
5. sprężyny rozciągane, ściskane, skręcane, tłumiących (wzdłużnych i skrętnych),
6. tworzenie przekładni zębatych (pasowych), dołączenie elementów sprężysto-tłumiących,
7. zadawanie obciążeń w postaci sił i par sił,
8. symulowanie napędu przy pomocy silnika lub siłownika,
9. łączenie ciał przy pomocy lin, wstawianie separatorów (elementów utrzymujących ciała w zadanej odległości),
10. modelowanie bloczków linowych i lekkich prętów.



Rys. 20.1. Wygląd ekranu programu *Working Model* z widocznym menu

Następnym krokiem jest nadanie wartości parametrom modelu. Na rys. 20.1 jest pokazane okno (**Properties**), które służy do zadawania wartości parametrom charakteryzującym ciało. Wyboru ciała dokonuje się poprzez wskazanie go kursorem myszy, a otwarcie okna następuje po dwukrotnym kliknięciu (na rysunku wybranym ciałem jest prostokąt oznaczający ciało o masie $m1$). Poszczególne wielkości edytowane w oknie oznaczają:

x, y – współrzędne określające położenie środka masy ciała,

$\dot{\theta}$ – kąt obrotu ciała,

V_x, V_y – rzuty prędkości początkowej środka masy ciała na oś poziomą i pionową,

$\dot{V}\dot{\theta}$ – początkowa prędkość kątowa ciała,

material – rodzaj materiału ciała (wybór materiału determinuje takie parametry jak masa, współczynnik tarcia, ρ (d)),

stat.fric – współczynnik tarcia spoczynkowego,

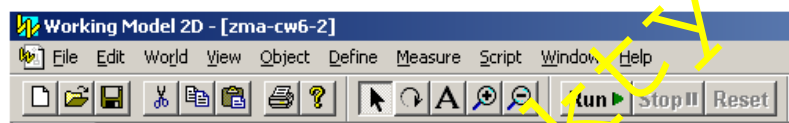
kin.fric – kinematyczny współczynnik tarcia,

elastic – współczynnik restytucji,

charge – ładunek elektryczny,

moment – masowy moment bezwładności ciała względem osi przechodzącej przez środek masy ciała.

Modelowi wirtualnemu układu zostaje automatycznie przyporządkowany odpowiadający mu model matematyczny. Model matematyczny nie pojawia się w jawnej postaci (program nie pozwala na edycję równań ruchu). Równania ruchu są tworzone i rozwiązywane numerycznie (na bieżąco), a wyniki są przedstawiane w formie graficznej (animacja ruchu, wykresy) i liczbowej.



Rys. 20.2. Główne menu programu *Working Model*

Poszczególne zakładki menu umożliwiają uwzględnienie oddziaływania otoczenia na ruch modelu (grawitacja, opory powietrza, pole sił), wybór metody i kroku całkowania równań różniczkowych opisujących ruch, sposób przedstawienia wyników itp. Na przykład, opór powietrza uwzględnia się wybierając z menu **World** opcję **Air Resistance**. Następnie, po wybraniu **Standard** lub **High**⁴ należy wpisać wartość współczynnika oporu (k).

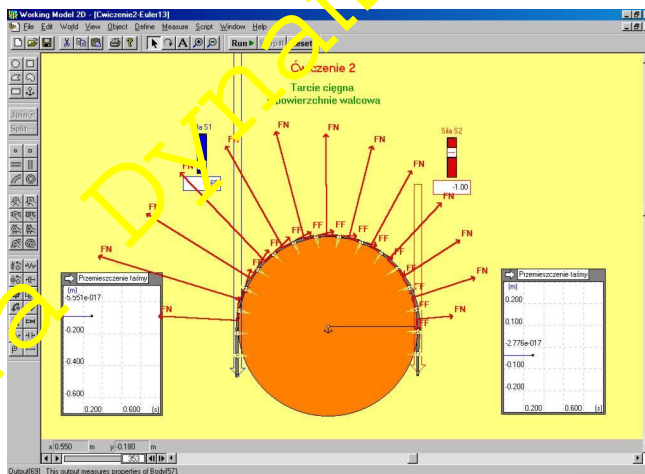
Więcej informacji na temat programu „*Working Model*” można znaleźć w pracach [1, 18]⁵.

20.4. Modele wirtualne stanowisk laboratoryjnych

Przedstawione poniżej modele wirtualne stanowisk badawczych wykorzystywanych w ćwiczeniach nr 18, 19 pozwalają na analizę i symulację ich ruchu. Na modelach wirtualnych można przeprowadzać obliczenia nazywane „eksperymentami numerycznymi”. Tego rodzaju „eksperymenty” umożliwiają badanie wpływu zmian wartości parametrów opisujących układ na jego zachowanie.

20.4.1. Model układu służącego do wyznaczenia współczynnika tarcia taśmy opasującej powierzchnię walcową (ćwiczenie 18)

Widok ekranu edytora systemu *Working Model* z widocznym na nim modelem układu jest przedstawiony na rys. 20.3. Włotka taśmy (układ ciągły) jest modelowana za pomocą szeregu elementów sztywnych połączonych elementami sprężysto-tłumiącymi. Końce taśmy są obciążone siłami S_1 i S_2 , których wartości mogą być zmieniane za pomocą suwaków. Rezultaty obliczeń są pokazane w formie sił (stycznych i normalnych) oddziaływania ciała na taśmę. Wykresy przemieszczeń końców taśmy wskazują, czy, dla zadanych obciążeń, taśma jest w położeniu równowagi (przemieszczenia nie ulegają zmianie), czy też nastąpił poślizg taśmy.



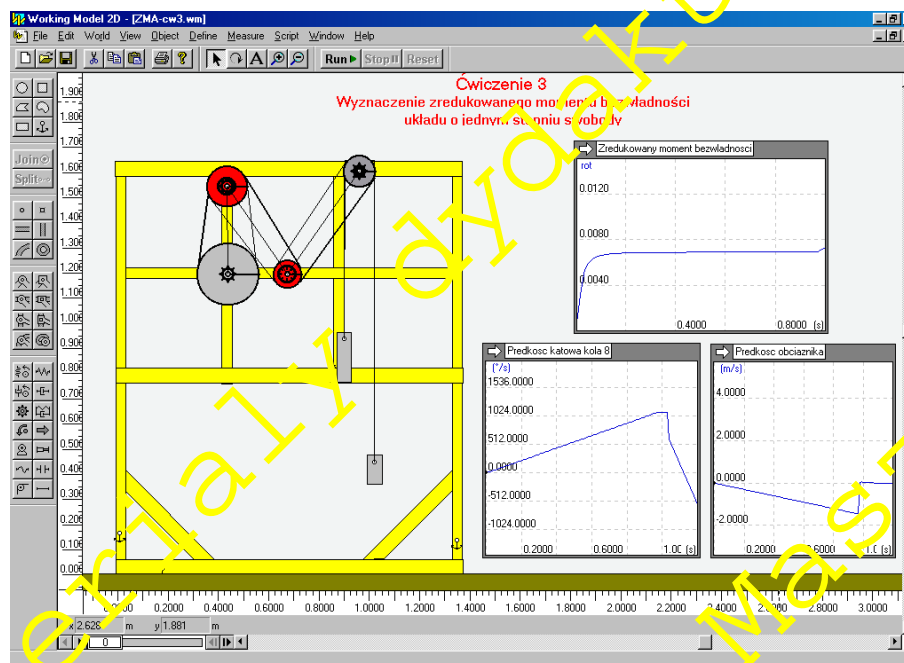
Rys. 20.3. Model taśmy złożony ze sztywnych brył połączonych elementami sprężystymi (widoczne są siły normalne i styczne działające na elementy taśmy)

⁴ **Standard** oznacza siłę oporu proporcjonalną do prędkości środka masy ciała, natomiast **High** – siłę proporcjonalną do kwadratu tej prędkości.

⁵ Wersja demonstracyjna programu *Working Model* jest dostępna w Internecie na stronie (<http://www.mscsoftware.com.pl/modules.php?name=produkty&pods=demo>).

20.4.2. Model układu służącego do wyznaczania zredukowanego momentu bezwładności

Widok ekranu edytora systemu *Working Model* z widocznym na nim modelem układu krążków jest przedstawiony na rys. 20.4. Używana w laboratorium wersja programu (*Working Model 2D – 4.0.1*) nie pozwala na bezpośrednie modelowanie przekładni pasowej. Model przekładni pasowej można zbudować, wykorzystując możliwość tworzenia przekładni zębatych (ikona **Gear**, oznaczona numerem 6 na rys. 20.1). Przekożenie przekładni pasowej oraz kierunku obrotu kół mogą być zadane jako parametry charakteryzujące przekładnię (**Properties**).



Rys. 20.4. Układ współpracujących krążków

Wprowadzenie oporu wywołanego tarciem w łożyskach

Uwzględnienie oporu spowodowanego tarciem występującym w łożyskach jest możliwe poprzez zadanie (przyłożenie) dodatkowego obciążenia w postaci momentu pary sił.

Wprowadzenie takiego obciążenia polega na wybraniu z menu bocznego ikony symbolizującej moment (pozycja 7 na rys. 20.1) i umieszczeniu jej w obrębie obracającego się ciała. Następnie należy otworzyć okno **Properties** i wskazać obciążenie w postaci momentu (**Torque**). W miejscu przeznaczonym na podanie wartości należy wpisać zależność określającą wartość momentu wywołanego siłami tarcia.

Sposób wprowadzenia tej zależności przedstawia poniższy przykład, w którym zadawany jest stały moment tarcia o wartości 0,5 Nm. W okienku **value** należy w takim przypadku wpisać wyrażenie:

$$-0.5 * \text{Body}[1].v.r / (\text{Abs}(\text{Body}[1].v.r))$$

Poszczególne symbole mają następujące znaczenie:

Body[1] – ciało (w tym przypadku o numerze 1) do którego przyłożony jest moment tarcia,

Body[1].v.r – prędkość kątowa ciała 1.

Przytoczone wyrażenie oznacza, że zadany został moment (M) określony zależnością

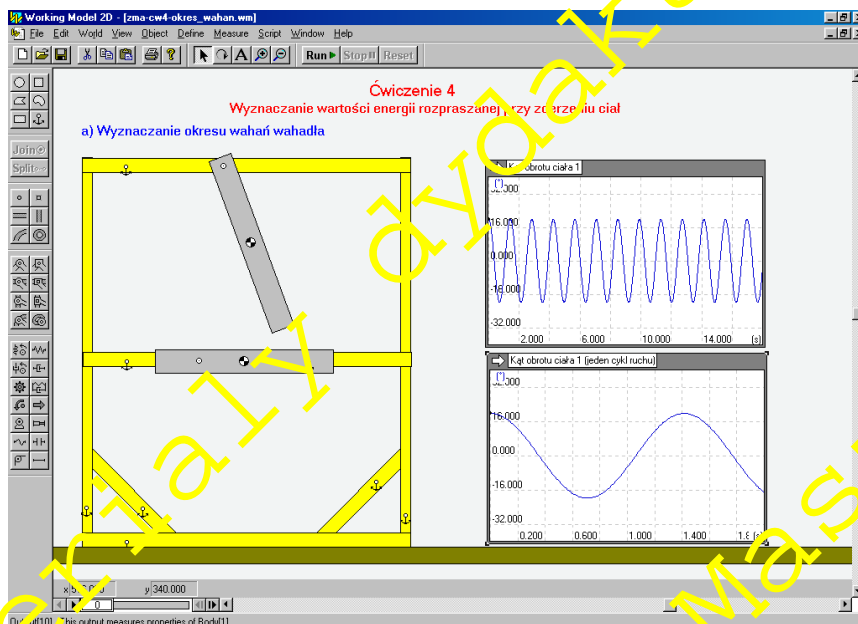
$$M = -0.5 \frac{w}{|w|}, \quad (20.1)$$

a więc moment o stałej wartości (równiej 0,5 Nm) i kierunku (znaku) przeciwnym do kierunku (znaku) prędkości kątowej ciała.

W analogiczny sposób można zadać moment tarcia opisany zależnością o innej postaci.

20.4.3. Modelowanie zderzenia nieswobodnych ciał (ćwiczenie 19)

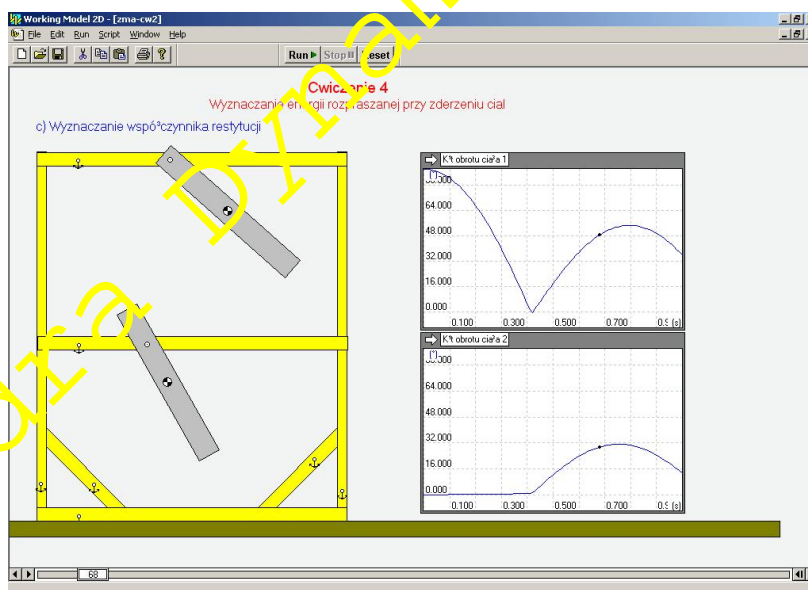
Podczas badań przeprowadzanych w ćwiczeniu 19 określone są doświadczalnie masowe momenty bezwładności zderzających się ciał. Pomiar polega na pomiarze okresu wahań każdego z ciał – tak jak pokazano to na rys. 20.5. Symulację ruchu takiego wahadła można bez trudu przeprowadzić w programie *Working Model*. Dzięki takiej symulacji można sprawdzić, czy wyznaczony doświadczalnie moment bezwładności ciała prowadzi do uzyskania ruchu ciała o takim samym okresie jak w doświadczeniu.



Rys. 20.5. Wyznaczanie okresu wahań ciała

Teoretyczna analiza zjawisk zachodzących podczas zderzenia dwu ciał nieswobodnych jest przeprowadzona przy założeniu, że opory ruchu (tarcie w łożyskach, opór powietrza) nie wpływają na przebieg zjawiska. Korzystając z programu *Working Model* można bez kłopotu przeprowadzić symulację zjawiska z uwzględnieniem takich oporów.

Sposób uwzględniania oporów występujących w łożyskach został omówiony w poprzednim punkcie, a opór powietrza można uwzględnić wybierając opcję **Air Resistance** z menu **World** i wstawiając odpowiednie dane.

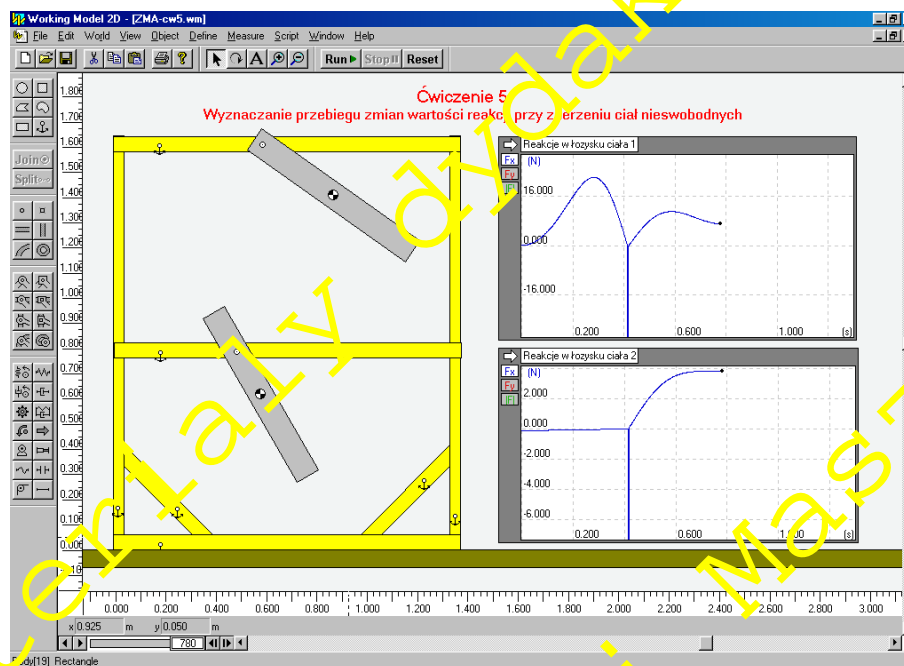


Rys. 20.6. Model wirtualny stanowiska doświadczalnego do badania zjawiska zderzenia ciał nieswobodnych (ćwiczenie nr 19)

20.4.4. Wyznaczanie reakcji łożysk podczas zderzenia nieswobodnych ciał

Wyznaczanie reakcji dynamicznych obciążających łożyska podczas zderzenia można przeprowadzić na tym samym stanowisku, które jest używane w ćwiczeniu 19. Do przeprowadzenia symulacji ruchu i określenia wartości i przebiegu zmian reakcji łożysk w trakcie ruchu i w momencie uderzenia można użyć tego samego modelu wirtualnego co w ćwiczeniu 19.

Przebiegi reakcji łożysk zostaną pokazane na wykresie po wskazaniu punktu oznaczającego łożysko i wybraniu opcji **Force** z menu **Measure** (rys. 20.7).



Rys. 20.7. Przebiegi sił reakcji działających na łożyska (przed w trakcie i po zderzeniu ciał)

20.4.5. Badanie stateczności położenia równowagi (ćwiczenie 16)

Położenie równowagi układu oraz jego stateczność, bądź niestateczność, są określane (w ćwiczeniu nr 16) na podstawie własności funkcji opisującej energię potencjalną rozpatrywanego modelu układu. Lokalne ekstrema tej funkcji wskazują położenia, w którym równowaga jest stała (minimum energii) lub chwiejna (energia osiąga lokalnie największą wartość).

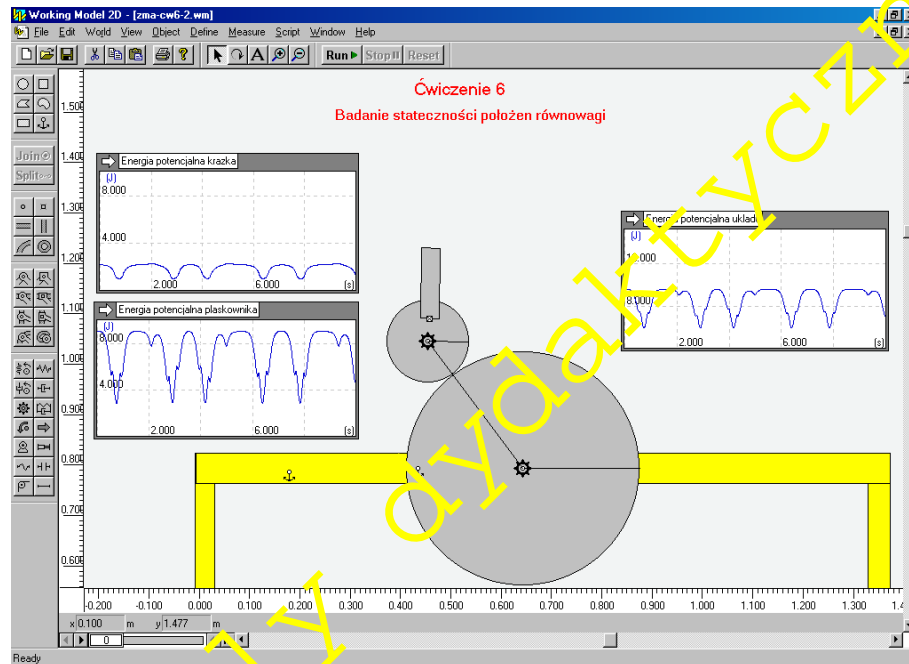
System *Working Model* umożliwia przeprowadzenie analizy stateczności w podobny sposób. Dla wirtualnego modelu układu można określić przebieg energii potencjalnej w funkcji kąta wychylenia układu (j).

Widok ekranu edytora systemu *Working Model* z widocznym na nim modelem i przykładowymi rezultatami przedstawiony jest na rys. 20.8. Na wykresach pokazane są przebiegi zmian energii potencjalnej układu w funkcji czasu. Pokazana krzywa pozwala wskazać położenia równowagi niestatecznej i statecznej.

Wyznaczanie całkowitej energii potencjalnej

Użycie opcji „**Potential energy**” z menu „**Measure**” umożliwia otrzymanie przebiegu zmian energii potencjalnej dla wybranego ciała

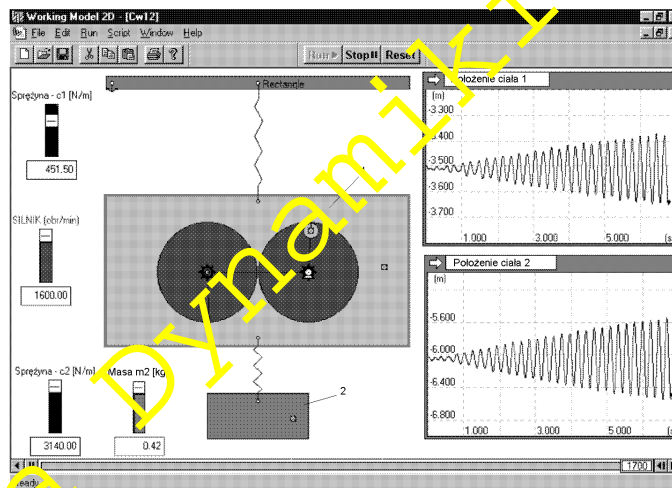
Żeby otrzymać tego rodzaju przebieg należy – dla jednego z ciał – wybrać w menu **Measure** opcję **Gravity Potential**, a następnie zmodyfikować wyrażenie określające energię jednego ciała – zastępując je wyrażeniem na energię kinetyczną całego układu. Ponadto w oknie określającym własności wykresu (**Properties**) należy wpisać (w polu odciętej Δ) zamiast zmiennej t nową zmienną **Body[4].p.r** (oznaczającą kąt obrotu ciała 4 – przy założeniu, że chcemy wyrazić energię potencjalną układu w funkcji kąta obrotu ciała 4).



Rys. 20.8. Analizowany mechanizm i jego model wirtualny

20.4.6. Dynamiczny tłumik drgań

Badany układ drgający składa się z dwu ciał połączonych sprężyną i pobudzanych do drgań poprzez ruch obrotowy niewyważonej tarczy (przykład takiego modelu pokazany jest na rys. 20.9), można przeprowadzić szereg eksperymentów numerycznych zmieniając wartości liczbowe takich wielkości jak: c_1 , c_2 , m_2 .

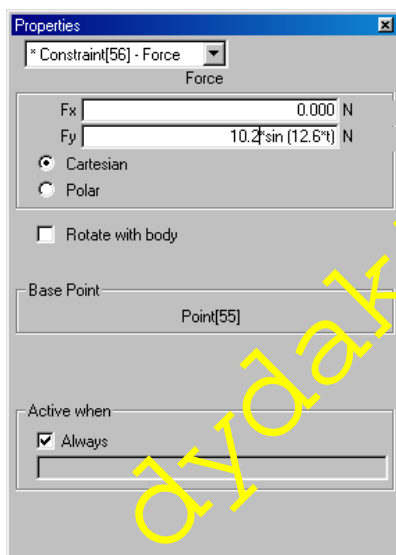


Rys. 20.9. Analizowany model układu i przebiegi drgań ciał 1 i 2

Harmoniczną siłę wymuszającą ruch układu zadaje się wybierając siłę w menu bocznym i przykładając ją w odpowiednim punkcie ciała, do którego ma być przyłożona siła. Następnie zadaje się przebieg zmian siły w czasie – poprzez wpisanie w oknie **Properties** (dla wskazanej siły) wyrażenia typu

$$F_y = 10.2 * \sin(12.6 * t)$$

gdzie 10.2 oznacza wartość amplitudy siły wymuszającej ($P_0 = 10,2$ N), a 12.6 jest częstością wymuszenia harmonicznego ($n = 12,6$ rad/s). Sposób zadawania siły harmonicznego o takich wartościach ilustruje rysunek 20.10.



Rys. 20.10. Okno umożliwiające zadawanie siły zależnej od czasu

20.5. Przebieg ćwiczenia

Ćwiczenie jest przeprowadzane według następującego porządku⁶:

1. Uruchomić system „*Working Model*”.
2. Wirtualny model taśmy opasującej walec.
 - a) Otworzyć plik „**ZMA-cw2.wm**” i uruchomić obliczenia (klawisz „**Run**”) dla modelu taśmy opasującej nieruchomy walec.
 - b) Zmieniać wartości sił S1 i S2 obciążających końce taśmy i obserwować czy występuje poślizg taśmy (o ruchu ślizgającym będą zmieniające się wartości przemieszczeń taśmy).
 - c) Zmieniać wartość współczynnika tarcia pomiędzy walcem a taśmą i określić jaki jest stosunek sił S1/S2 w granicznym położeniu równowagi.
3. Symulacja pracy przekładni pasowej.
 - a) Otworzyć plik „**ZMA-cw3.wm**” i uruchomić obliczenia (klawisz „**Run**”) dla modelu przekładni pasowej
 - b) Zmieniać wartości mas obciążników i porównać przebiegi otrzymanych wykresów⁷.
4. Modelowanie układu ze zderzeniami.
 - a) Otworzyć plik „**ZMA-cw4.wm**” i wykonać obliczenia okresu wahań dla jednego ciała.
 - b) Zmodyfikować model i przeprowadzić symulację wahań drugiego ciała
 - c) Zbadać wpływ oporu powietrza na ruch wahadła (dla różnych wartości współczynnika oporu określić czas potrzebny na zmianę wartości amplitudy wahań o połowę jej wartości początkowej i narysować wykres obrazujący te zmiany).
 - d) Przeprowadzić symulację zderzenia ciał nieswobodnych.
 - e) Uzupełnić model wirtualny o opory tarcia w łożyskach – przeprowadzić obliczenia.
5. Wyznaczanie reakcji łożysk podczas ruchu i zderzeń ciał nieswobodnych.
 - a) Otworzyć plik „**ZMA-cw5.wm**” i przeprowadzić symulację zderzenia ciał.
 - b) Zmieniać krok całkowania (menu **World**, opcja **Accuracy**) zmniejszając jego wartość o połowę i porównać przebiegi oraz wartości reakcji łożysk otrzymane dla różnych kroków całkowania.
6. Badanie stałości położenia równowagi.
 - c) Otworzyć plik „**ZMA-cw6.wm**” i wykonać obliczenia numeryczne.
 - d) Przedstawić przebieg zmian energii potencjalnej układu w funkcji kąta określającego położenie koła ruchomego.

⁶ Polecenia podane w punktach 2–7 (oraz zadania a–e zamieszczone w punkcie 8) są wykonywane naprzemiennie przez kolejne osoby z zespołu wykonującego ćwiczenie.

⁷ Kolejne przebiegi na wykresach zostaną zachowane, jeśli zostanie wyłączona automatyczne usuwanie przebiegów (w menu **World** należy wyłączyć opcję **AutoErase Track**).

- e) Odczytać z wykresu wartości kątów odpowiadających statecznym położeniom równowagi układu.
7. Symulacja drgań układu o dwóch stopniach swobody.
- Otworzyć plik „ZMA-cw7.wm” i przeprowadzić obliczenia.
 - Zmienić współczynniki sprężystości sprężyn i ponownie przeprowadzić obliczenia – porównać wyniki symulacji otrzymane dla różnych wartości stałych charakteryzujących sprężyny.
 - Zadać harmonicznie zmienną pionową siłę przyłożoną do jednego z ciał i przeprowadzić symulację ruchu układu.
 - Zmienić wartość częstości zmian siły wymuszającej. Porównać przebiegi drgań otrzymane przy różnych wartościach częstości wymuszenia.
8. Rozwiązać – używając programu „Working Model” – następujące zadania z mechaniki:

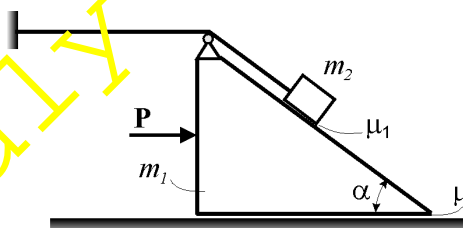
a) Zadanie 1

Wyznaczyć przyspieszenie ciała o masie m_1 po obciążeniu go siłą P :

§ stałej wartości. $P=P_0$,

§ zmienną w czasie siłą $P=P_0 + P_1 \sin(bt)$

Dane: $P=35\text{ N}$, $m_1=5\text{ kg}$, $m_2=1\text{ kg}$, $m=0,2$, $m_1=0,3$, $a=45^\circ$, $P_1=2\text{ N}$, $b=10\text{ rad/s}$.



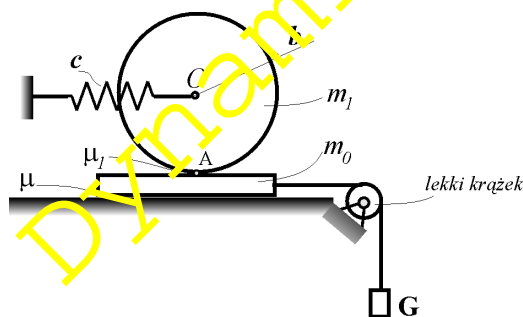
Rys. 20.11. Model układu do zadania 1

b) Zadanie 2

Wyznaczyć przyspieszenie ciała o ciężarze G . Walec o masie m_1 , połączony z ostoją za pomocą sprężyny, toczy się bez poślizgu po płycie o masie m_0 .

Dane: G , m , m_0 , m , b , c .

Dane: $G=50\text{ N}$, $m_1=4,5\text{ kg}$, $m_0=1,6\text{ kg}$, $m=0,2$, $m_1=0,3$, $c=50\text{ N/m}$, $b=1,2\text{ m}$.

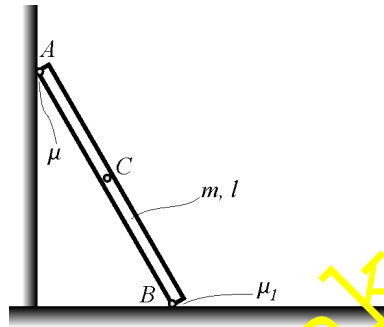


Rys. 20.12. Model układu do zadania 2

c) Zadanie 3

Wyznaczyć tor środka masy (C) oraz tory punktów A i B pręta opartego o dwie płaszczyzny: poziomą i pionową. Określić kąt nachylenia pręta do poziomu, przy którym punkt A traci kontakt z pionową ścianą. W początkowym położeniu pręt jest nachylony pod kątem 60° do poziomu.

Dane: $m=1,6\text{ kg}$, $l=5\text{ m}$, $m=0,3$, $m_1=0,2$.

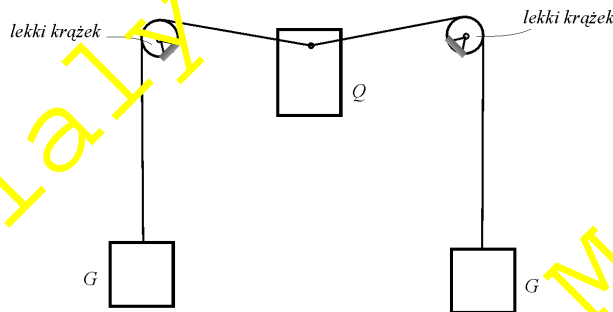


Rys. 20.13. Model układu do zadania 3

d) Zadanie 4

Wyznaczyć prędkość ciała o ciężarze Q zakładając że kostki o ciężarach G poruszają się w kierunku pionowym. (Rozpatrywany układ jest symetryczny).

Dane: $G = 10 \text{ N}$, $Q = 21 \text{ N}$.

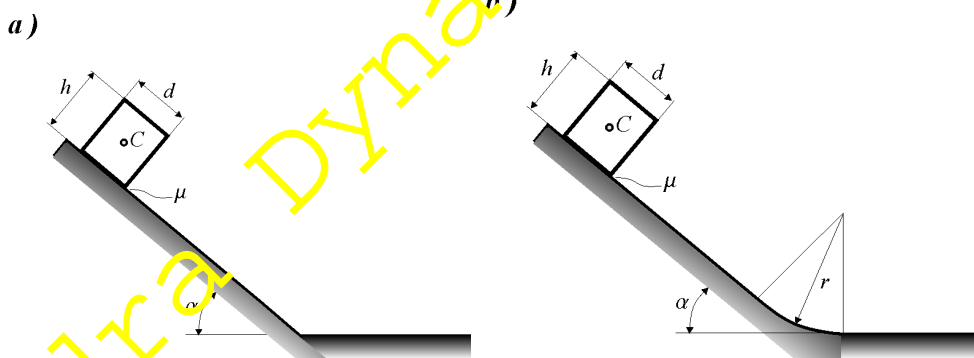


Rys. 20.14. Model układu do zadania 4

e) Zadanie 5

Zbadać ruch kostki o masie m , poruszającej się po powierzchniach o zarysach przedstawionych na rysunkach 20.15 a i b.

Dane: $m = 10 \text{ kg}$, $\mu = 0,3$, $\alpha = 40^\circ$, $h = 1 \text{ m}$, $d = 0,8 \text{ m}$ (oraz $d = 1,0 \text{ m}$, $d = 1,6 \text{ m}$), $r = 1,2 \text{ m}$.



Rys. 20.15. Modele układów do zadania 5

20.6. Sprawozdanie

W sprawozdaniu należy zamieścić:

- temat i cel ćwiczenia,
- wydruck rezultatów rozwiązań rozpatrywanych modeli wirtualnych,
- wyniki rozwiązań zadań podanych w punkcie 20.5,
- wnioski wynikające z przeprowadzonych obliczeń i symulacji.

20.7. Pytania sprawdzające

1. Co to jest model fizyczny układu mechanicznego?
2. Co to jest model matematyczny układu mechanicznego?
3. Jak wyjaśnić pojęcie model wirtualny?
4. Jak wyznacza się moment pochodzący od sił tarcia działających na czop wału (w łożysku ślizgowym)?
5. Co to jest współczynnik sztywności sprężyny?
6. Jaka jest ogólna postać równań dynamiki ciała poruszającego się ruchem płaskim?
7. Dlaczego równania ruchu ciała są rozwiązywane numerycznie? (Co oznacza numeryczne rozwiązanie równań ruchu?)
8. W jaki sposób bada się (analitycznie/teoretycznie) stateczność położenia równowagi?

Katedra Dynamiki Maszyn