

Ćwiczenie 8

ANALIZA HARMONICZNA RZECZYWISTYCH PRZEBIEGÓW DRGAŃ

1. Cel ćwiczenia

Analiza złożonego przebiegu drgań maszyny i wyznaczenie częstotliwości składowych harmonicznych tego przebiegu.

2. Wprowadzenie teoretyczne

2.1. Sygnały pomiarowe

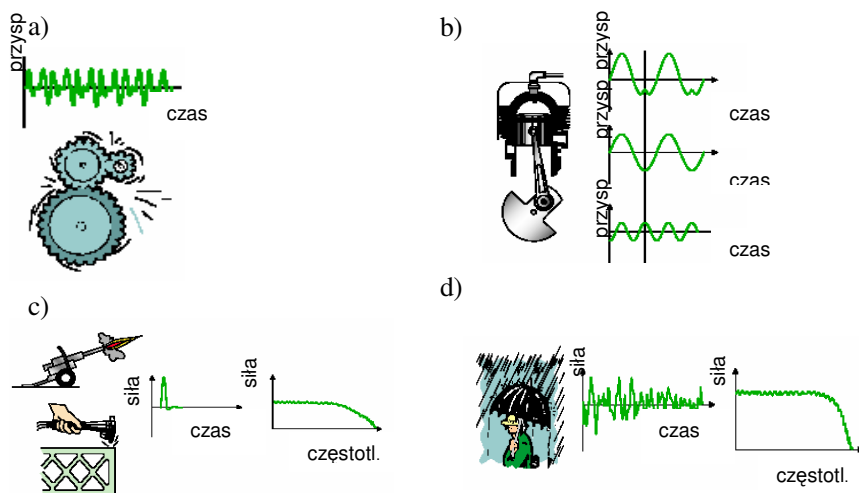
W celu przeprowadzenia poprawnych pomiarów, a więc doboru odpowiednich czujników i aparatury, należy zdawać sobie sprawę z jakimi rodzajami sygnałów drgań mamy do czynienia. Sygnały pomiarowe można podzielić na dwie grupy:

1. *Sygnały zdeterminowane* – sygnały, których wartości można przewidzieć w dowolnym czasie. Sygnały zdeterminowane dzielą się na:
 - sygnały okresowe,
 - harmoniczne,
 - złożone (poliharmoniczne),
 - sygnały nieokresowe,
 - prawie okresowe,
 - przejściowe (impulsowe, np. udary - zaczynające i kończące się na poziomie zero).
2. *Sygnały przypadkowe (losowe, stochastyczne)* - wartości tych sygnałów w każdej chwili są zmiennymi przypadkowymi (losowymi), a ich właściwości opisuje się za pomocą charakterystyk statystycznych, tzn. parametrów uśredniających cechy ich zmienności w zakresie amplitud, częstotliwości lub czasu. Sygnały przypadkowe dzielą się na:
 - stacjonarne - charakterystyki statystyczne (m.in. wartość średnia, wartość średnia kwadratowa) nie są funkcjami czasu,
 - niestacjonarne.

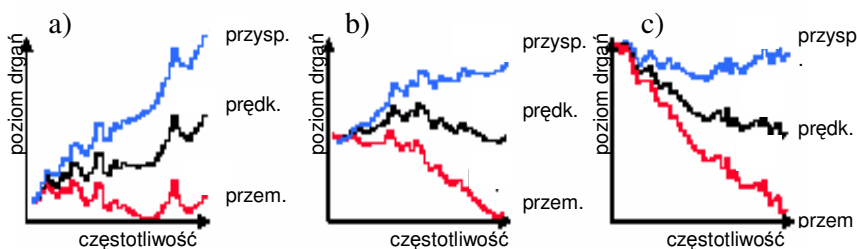
Przykładem sygnału zdeterminowanego mogą być drgania pochodzące ze skrzyni przekładniowej – Rys.8.1a, lub ruch tłoka w silniku spalinowym zawierający dwie częstotliwości ω i 2ω (Rys.8.1b). Na Rys.8.1c przedstawiony jest przebieg czasowy i widmo sygnału nieciągłego (np. udaru). Typowym

przykładem drgań przypadkowych są drgania spowodowane przepływem cieczy, szumy, zakłócenia, drgania karoserii pojazdu podczas jazdy na nierównej nawierzchni, szum deszczu. Są one scharakteryzowane ruchem całkowicie przypadkowym, nie występuje tu żadna charakterystyczna częstotliwość, a rozkład sygnału w funkcji częstotliwości jest równomierny – Rys.8.1d.

Jeżeli pomiary i analiza mają dotyczyć pewnego zakresu częstotliwości, i jeżeli nie są narzucone, np. przez normy warunkujące pomiar konkretnego parametru (przemieszczenia, prędkości czy przyspieszenia), generalną zasadą jest pomiar tej wielkości, która ma najbardziej płaską charakterystykę w funkcji częstotliwości (Rys.8.2). Pozwala to objąć pomiarami największy zakres dynamiki badanego układu. Jeżeli jednak nie znamy tej charakterystyki, należy wybrać prędkość drgań [3].



Rys. 8.1. Rodzaje sygnałów: a), b) – zdeterminowane, c) - impulsowy, d) - przypadkowy

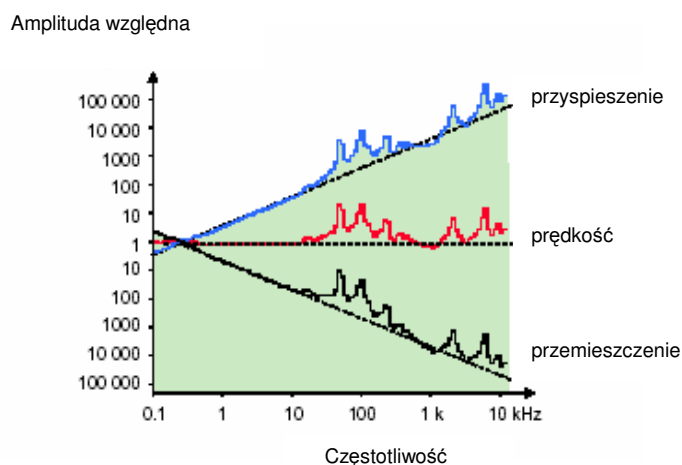


Rys.8.2. Wybór parametru mierzonych drgań ze względu na przebieg charakterystyki widmowej; a) - przemieszczenie, b) - prędkość, c) - przyspieszenie.

Jest to ważne zwłaszcza, jeśli charakterystyka nie jest wystarczająco płaska. Wtedy udział składowych znajdujących się znacznie poniżej średniego poziomu zakresu pomiarowego będzie mniej zauważalny, a w przypadku pomiarów w całym zakresie częstotliwości, najmniejsze składowe mogą w ogóle nie być wykryte.

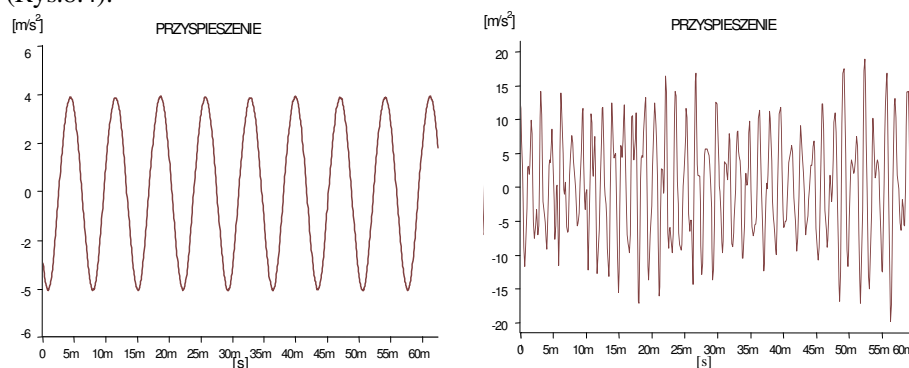
Kryterium płaskiej charakterystyki oznacza, że w większości przypadków w pomiarach drgań maszyn mierzona będzie prędkość. W pewnych przypadkach może być to też przyspieszenie, choć dla większości maszyn duże przyspieszenia występują tylko przy wysokich częstotliwościach. Płaska widmowa charakterystyka przemieszczenia jest mało prawdopodobna, gdyż dla większości maszyn, duże amplitudy przemieszczeń występują tylko przy małych częstotliwościach. Oczywiście mogą też być inne powody, które uniemożliwiają zastosowanie określonych czujników, np. masa czujnika może być zbyt duża w stosunku do masy badanego obiektu, czy też zakres pomiarowy czujnika jest niewystarczający dla danego pomiaru.

Z zależności między przemieszczeniem, prędkością i przyspieszeniem (całkowanie lub różniczkowanie) wynika, że dla określonego poziomu prędkości drgań, przy wzroście częstotliwości, amplitudy przemieszczenia maleją (dzielenie przez ω), natomiast amplitudy przyspieszenia rosną proporcjonalnie do częstości kołowej ω (mnożenie przez ω) – Rys. 8.3.



Rys. 8.3. Przykład charakterystyki widmowej sygnału drgań przedstawionej jako przemieszczenie, prędkość i przyspieszenie.

W pewnych przypadkach pomiarów drgań (np. pomiar poziomu drgań pochodzących od niewyważenia) mogą wystarczyć przebiegi czasowe. Można na ich podstawie określić amplitudę, częstotliwość ($f=1/T$) czy przesunięcie fazowe między sygnałami. Jednak w większości przypadków przebiegi drgań są bardziej złożone, a przebiegi czasowe dają tylko informację o całkowitym poziomie drgań (Rys.8.4).



Rys. 8.4 Przykład przebiegów czasowych drgań.

2.2. Analiza widmowa drgań

W celu uzyskania informacji o składowych złożonego przebiegu drgań, należy przeprowadzić analizę widmową (częstotliwościową) uzyskanego z pomiarów sygnału czasowego. Analiza sygnałów może odbywać się w sposób analogowy, cyfrowy lub mieszany. Analogowe przetwarzanie sygnałów można przeprowadzić przy pomocy analizatorów widma. Może to być zespół filtrów o różnych częstotliwościach przepuszczania, lub przestrajane filtry wąskopasmowe. Do przetwarzania cyfrowego stosuje się najczęściej szybką transformatę Fouriera (FFT).

Przedstawienie funkcji okresowej za pomocą szeregu Fouriera jest równoważne rozłożeniu funkcji okresowej na jej funkcje składowe: składową stałą a_0 i składowe harmoniczne o pulsacjach $\omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, \dots, n\omega_1$, gdzie ω_1 oznacza pulsację podstawową, a $n\omega_1$ są pulsacjami harmonicznymi, n jest liczbą naturalną. Pulsację podstawową określa wzór

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}, \quad (8.1)$$

gdzie: T – okres funkcji.

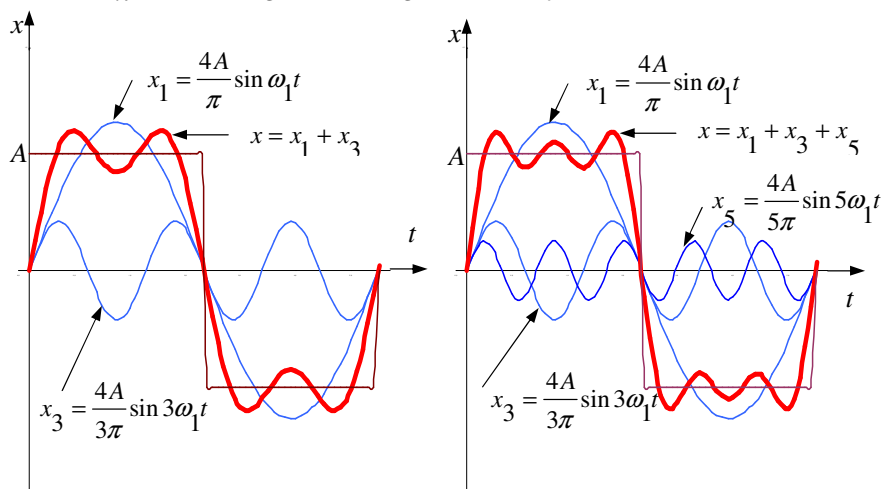
Równanie opisujące przebieg okresowy $x(t)$ przy pomocy szeregu Fouriera ma postać

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t). \quad (8.2)$$

Współczynniki szeregu Fouriera a_0 , a_n , b_n można wyznaczyć analitycznie, jeżeli jest znane równanie przebiegu, lub na podstawie pomiaru za pomocą przyrządu – analizatora harmonicznego.

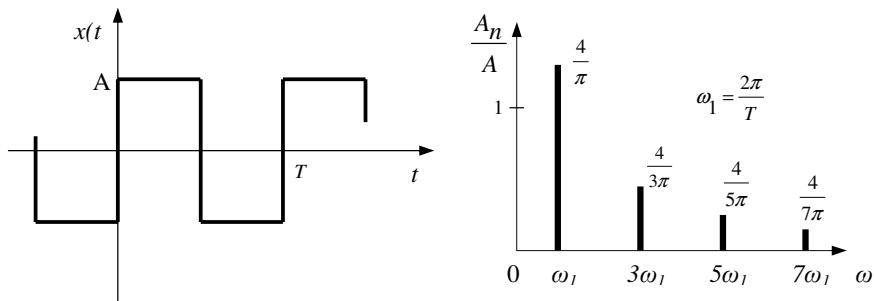
Przykładowo, sygnał okresowy w postaci fali prostokątnej można przedstawić za pomocą nieskończonego szeregu trygonometrycznego nieparzystych harmonicznymi (1, 3, 5, 7, ...) o malejących amplitudach (Rys.8.5). Jest to przedstawienie sygnału w dziedzinie czasu.

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \frac{1}{7} \sin 7\omega_1 t + \dots \right) \quad (8.3)$$



Rys. 8.5. Aproksymacja fali prostokątnej ograniczoną liczbą harmonicznymi.

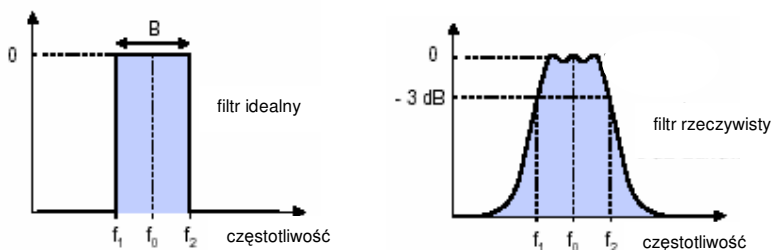
Sygnały okresowe można przedstawić wykreślnie również w dziedzinie częstotliwości. Na osi odciętych przyjmuje się częstotliwość f , (lub pulsację $\omega = 2\pi f$). Natomiast na osi rzędnych amplitudy lub stosunki amplitud (Rys.8.6). Długość prążków jest proporcjonalna do wartości amplitud odpowiednich harmonicznymi znajdujących się w analizowanym sygnale. Wykres taki nosi nazwę *widma amplitudowego* lub *widma częstotliwości*. Widma sygnałów okresowych mają charakter dyskretny, natomiast widma sygnałów nieokresowych (np. sygnał impulsowy lub stochastyczny) – charakter ciągły (Rys. 8.9, 8.10).



Rys. 8.6. Widmo amplitudowe sygnału prostokątnego.

2.3. Filtry pasmowo – przepustowe

Analiza widmowa znajduje zastosowanie w wielu dziedzinach techniki, szczególnie w diagnostyce maszyn i pomiarach drgań. W analogowych analizatorach widma częstotliwości najczęściej stosowane są elektryczne filtry pasmowo – przepustowe. Filtry te przepuszczają składowe sygnału, których częstotliwości znajdują się w paśmie przepustowym filtru.



Rys. 8.7. Charakterystyka filtru idealnego i rzeczywistego.

Na Rys.8.7 przedstawiona jest charakterystyka idealnego i rzeczywistego filtru pasmowo – przepustowego. Idealny filtr pasmowy powinien mieć tłumienie równe zero w paśmie przepustowym i nieskończenie wielkie poza tym pasmem, a więc charakterystyka idealnego filtru jest prostokątna. Tłumienie filtrów podawane jest w decybelach.

$$N[dB] = 10 \log \left(\frac{U_{wy}^2}{U_{we}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{U_{wy}}{U_{we}} \right), \quad (8.4)$$

gdzie U_{wy} i U_{we} oznaczają odpowiednio sygnał wyjściowy i wejściowy filtru.

Charakterystyki filtrów rzeczywistych zbliżają się do charakterystyk filtrów idealnych, jeżeli mają płaską część charakterystyki w paśmie przepustowym i możliwie strome zbocza.

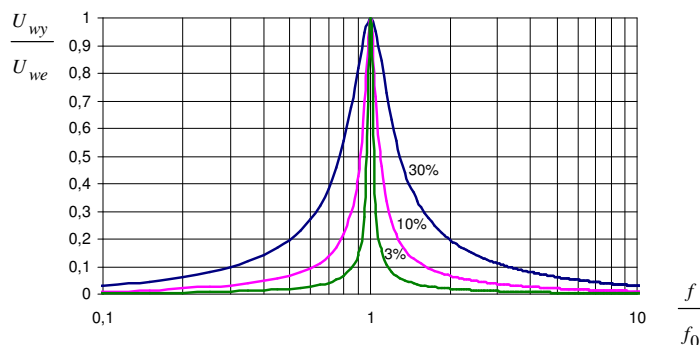
Filtry pasmowe określa się za pomocą częstotliwości środkowej f_0 oraz szerokości pasma $B = f_2 - f_1$ wyznaczonej przez częstotliwości graniczne: dolną f_1 i górną f_2 , przy których tłumienie sygnału wynosi -3dB (moc sygnału zmniejsza

się dwukrotnie: $\frac{U_{wy}^2}{U_{we}^2} = \frac{1}{2}$), tzn. wzmocnienie zmniejsza się z wartości $k = 1$ do

wartości $k = 1/\sqrt{2}$ w porównaniu ze średnim poziomem w paśmie przepustowym - Rys.8.7.

Do analizy częstotliwościowej sygnałów drgań stosuje się dwa rodzaje filtrów:

- filtry o stałej bezwzględnej szerokości pasma np. 3Hz, 100Hz itp.
- filtry o stałej procentowej szerokości pasma, odniesionej do częstotliwości środkowej f_0 , np. 3%, 10%, 30 % (Rys.8.8). Nazywane są też filtrami o stałej względnej szerokości pasma.



Rys.8.8. Charakterystyki filtru wąskopasmowego o szerokości 3%, 10% i 30%

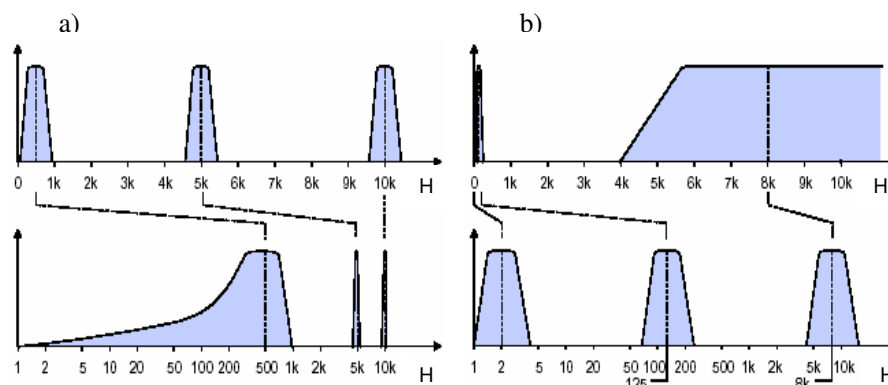
Częstotliwość środkowa pasma i częstotliwości graniczne tych filtrów są związane zależnością:

$$f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} \quad (8.5)$$

Jeżeli szerokość pasma jest równa jednej oktawie, jest to tzw. filtr oktawaowy ($B \approx 70\%$), jeżeli 1/3 oktawy - filtr tercjowy. Oktawa jest zakresem częstotliwości, w którym częstotliwość górna jest dwukrotnie większa od częstotliwości dolnej, a tercja jest to szerokość pasma, w którym częstotliwość górna jest $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$ razy większa od częstotliwości dolnej. Określenie „oktawa” pochodzi stąd, iż jej szerokość obejmuje osiem dźwięków skali muzycznej. Częstotliwości środkowe tworzą postęp geometryczny, a wartości znormalizowane są zaokrąglane, np. **1,0** Hz; 1,25 Hz; 1,6 Hz; **2,0** Hz; 2,5 Hz; 3,15 Hz; **4,0** Hz,...itd.

Szerokość pasma przepuszczania jest proporcjonalna do częstotliwości środkowych, a więc jest zmienna. Stosowane są też filtry o szerokości 1/12 i 1/24 oktawy. Im węższa jest szerokość pasma filtru, tym bardziej szczegółowe informacje można uzyskać z analizowanego przebiegu, ale tym dłuższy jest wtedy czas analizy.

Przebiegi analizowanych sygnałów w filtrach o stałej bezwzględnej szerokości pasma, przedstawiane są w liniowej skali częstotliwości, a w filtrach o stałej względnej procentowej szerokości pasma, w logarytmicznej skali częstotliwości. Na Rys.8.9 przedstawione są charakterystyki filtrów zarówno w liniowej jak i w logarytmicznej skali częstotliwości. Wynika z niego celowość stosowania odpowiedniej skali w celu możliwości interpretacji charakterystyk.



Rys. 8.9. Przykład charakterystyk filtrów w liniowej i logarytmicznej skali częstotliwości.: a)– filtr o stałej bezwzględnej szerokości pasma wynoszącej 400Hz, b) – filtr o stałej względnej szerokości pasma równej 1/1 oktawy tzn. ok. 70% częstotliwości środkowej.

2.4. Analiza drgań z zastosowaniem szybkiej transformaty Fouriera.

Na badany obiekt w czasie jego pracy działa kilka sił zmiennych

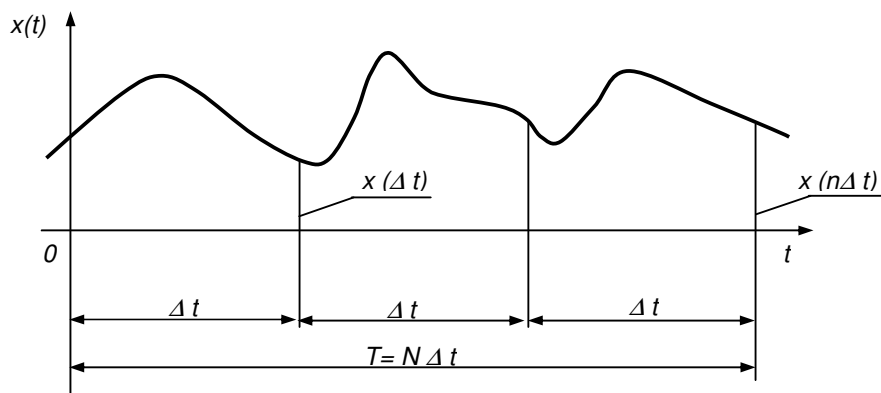
$$P_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1), P_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \dots, P_k \sin(\omega_k t + \varphi_k), \quad (8.6)$$

i w efekcie ich działania uzyskuje się złożony przebieg drgań obiektu. Aby określić pochodzenie sił wymuszających i ich wpływ na drgania obiektu należy sygnał drgań $x(t)$ otrzymany z czujnika (Rys. 8.10) rozłożyć na składowe harmoniczne

$$x(t) = \sum_{i=1}^k A_i \sin(\omega_i t + \beta_i). \quad (8.7)$$

Przebieg drgań z czujnika zostaje zarejestrowany przez moduł kontrolno-pomiarowy w postaci funkcji dyskretnej x_i . Dane są rejestrowane w wybranych

chwilach czasowych tzn. są próbkowane (Rys.8.10).



Rys. 8.10. Ilustracja próbkowania sygnału

Długość zarejestrowanego zespołu danych Δt (czas rejestracji) jest ograniczona. Czas próbkowania określa zależność:

$$\Delta t = \frac{1}{2B}, \quad (8.8)$$

gdzie: B – szerokość pasma częstotliwości.

Czas próbkowania wyznacza się w oparciu o górną granicę dziedziny częstotliwości $f \in (0; B)$, którą należy założyć. Liczbę wykonanych próbek N także należy założyć, najlepiej jako wielokrotność liczby 2 (wyjaśnienie, dlaczego przyjmuje się takie założenie, nastąpi w dalszej części instrukcji). Dane te przekazane do komputera są przetwarzane wg opisanego niżej programu. Obliczana jest transformata Fouriera danych:

$$X_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i e^{-j\frac{2\pi ik}{N}}; \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (8.9)$$

Odbywa się to z wykorzystaniem procedury szybkiej transformaty Fouriera - FFT. Zastosowanie tej procedury pozwala na znaczne zmniejszenie czasu obliczeń. Korzyści wynikające z tego zostaną przedstawione w skrócie poniżej. Przyjmijmy, że:

$$W = e^{-j\frac{2\pi}{N}}, \quad (8.10)$$

$$X_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i W^{ik}; \quad k=0, 1, \dots, N-1. \quad (8.11)$$

Zależność (8.11) można przedstawić w postaci:

$$X_{(c+dA)} = \sum_{b=0}^{B-1} \sum_{a=0}^{A-1} x_{(b+aB)} W^{(b+aB)(c+dA)}, \quad (8.12)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} i = b + aB & \quad - \text{wskaźnik próbek czasu;} \\ k = c + dA & \quad - \text{wskaźnik próbek częstotliwości;} \\ a, c = 0, 1, \dots, A-1; & \quad b, d = 0, 1, \dots, B-1. \end{aligned}$$

Wykładniki członu W w poprzednim równaniu mogą zostać przekształcone następująco:

$$W^{(b+aB)(c+dA)} = W^{bc} W^{bdA} W^{acB} W^{adAB} = W^{bc} W^{bdA} W^{acB}. \quad (8.13)$$

Wynika to z faktu, że a i d są liczbami całkowitymi, a potęga zespolonego członu wykładniczego W , będąca wielokrotnością N , jest równa jedności. Część zespolonego członu wykładniczego może zostać wyłączona z sumy wewnętrznej, a zatem:

$$X^{(c+dA)} = \sum_{b=0}^{B-1} W^{bdA} \sum_{a=0}^{A-1} x_{(b+aB)} W^{acB} W^{bc}. \quad (8.14)$$

Wyłączenie członu wykładniczego jest równoznaczne z eliminacją liczby mnożeń. Czyli zamiast

$$(AB)(AB) = N^2 \quad (8.15)$$

$$\text{jest } AB(A+B) = N(A+B). \quad (8.16)$$

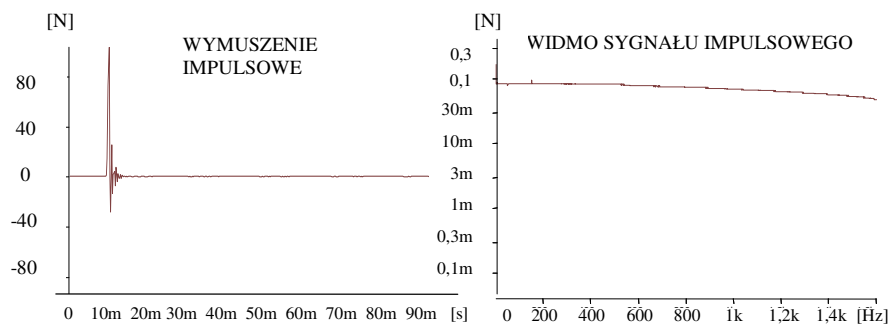
W praktyce szczególne znaczenie mają procedury obliczeniowe dla liczby próbek N będącej potęgą liczby 2. W takim przypadku człony wykładnicze przybierają wartości $+1$ i -1 , co prowadzi do pominięcia operacji mnożeń na liczbach zespolonych i dodatkowo zmniejsza czasochłonność procedury. Następnie wyznaczane jest widmo mocy sygnału:

$$G_k = \frac{2\Delta t}{N} |X_k|^2; \quad k = 0, 1, \dots, \frac{N+1}{2}. \quad (8.17)$$

Cały przedział częstotliwości jest tak podzielony, że częstotliwości dyskretne są odległe od siebie o

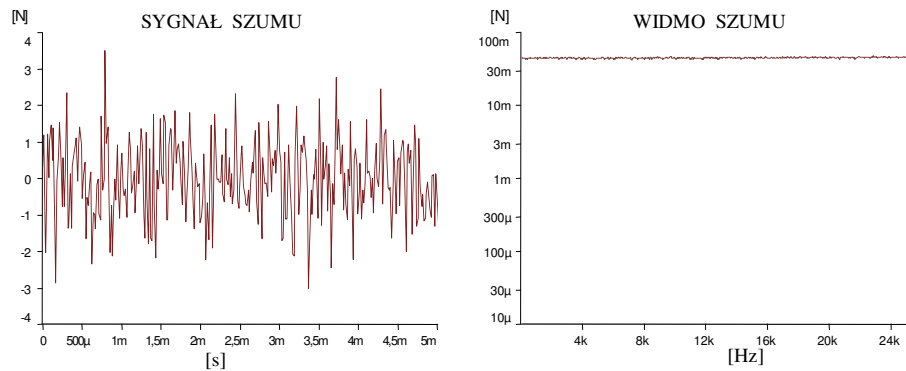
$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}. \quad (8.18)$$

W wyniku tej procedury sygnał pomiarowy zostaje rozłożony na składowe określone poziomem wielkości gęstości mocy sygnału. Pozwala to na ocenę, które z sił wymuszających, tzn. o jakiej częstotliwości, dają największe składowe przebiegu, czyli mają największy wpływ na drgania obiektu. Na Rys. 8.11, 8.12 i 8.13 przedstawiono przebiegi czasowe i widma rzeczywistych przebiegów, wyznaczone przy zastosowaniu szybkiej transformaty Fouriera.



Rys. 8.11. Przebieg czasowy i widmo amplitudowe sygnału impulsowego.

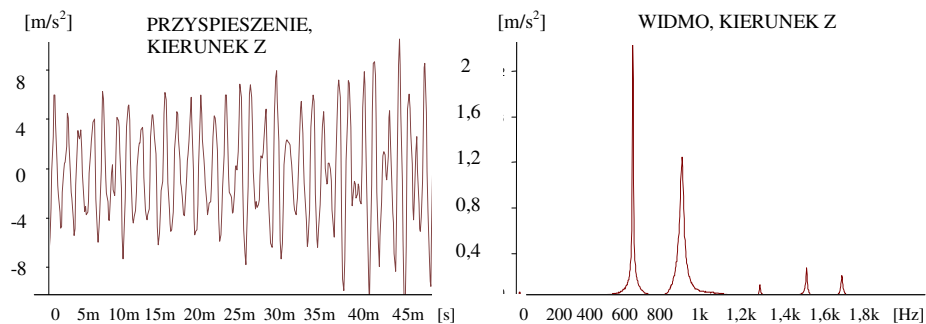
Dla sygnału impulsowego (Rys. 8.11) widmo amplitudowe ma charakter ciągły. Teoretyczny impuls $\delta(t)$ (funkcja Diraca) zawiera sygnały o wszystkich częstotliwościach od $-\infty$ do $+\infty$, o jednakowej amplitudzie równej 1. W chwili $t = 0$ wszystkie składowe widma są w jednakowej fazie. Właśnie ta koncentracja umożliwia powstanie impulsu [1]. Krótkotrwały impuls spowodowany na przykład uderzeniem tzw. młotka pomiarowego, (posiadającego wmontowany czujnik siły) zawiera składowe o jednakowej amplitudzie w szerokim zakresie częstotliwości. A więc układ jest wymuszany wszystkimi częstotliwościami, co umożliwia uzyskanie tzw. *charakterystyk dynamicznych* (sztywności lub podatności dynamicznej) przy pomocy analizatora FFT.



Rys. 8.12. Przebieg czasowy i widmo sygnału stochastycznego.

Sygnalem stochastycznym jest sygnał, którego wartości w każdej chwili są zmiennymi przypadkowymi (losowymi). Duże znaczenie praktyczne ma sygnał stochastyczny całkowicie nieuporządkowany, zawierający wszystkie częstotliwości o jednakowej amplitudzie. Jego energia jest równomiernie rozłożona w całym pasmie częstotliwości (Rys. 8.12). Przez analogię do widm optycznych nazywany jest *białym szumem*. Jeżeli sygnałem z generatora szumu zasilimy wzbudnik, mamy również wymuszenie siłą zawierającą wszystkie częstotliwości, co pozwala bardzo szybko uzyskać charakterystykę dynamiczną badanego obiektu.

Na Rys. 8.13 przedstawiony jest przykład rzeczywistych drgań obiektu i jego charakterystyka widmowa, wyznaczona przy zastosowaniu szybkiej transformaty Fouriera.



Rys. 8.13. Przebieg czasowy i widmo przyspieszenia drgań.

3. Stanowisko pomiarowe

Obiektem badań jest sprężarka tłokowa. Drgania sprężarki mierzone w czasie jej normalnej pracy mają przebieg złożony. Jest to wynikiem nałożenia się efektów działania kilku sił wymuszających o różnych częstotliwościach, które są związane z pracą urządzenia. Aby określić pochodzenie sił wymuszających należy przeprowadzić analizę częstotliwościową przebiegu drgań. Pozwala to na wyznaczenie częstotliwości składowych drgań, a tym samym równych im częstotliwości sił wymuszających. Analiza sygnału z czujnika pomiarowego będzie w ćwiczeniu prowadzona dwoma sposobami:

1. Bezpośrednia analiza przebiegu drgań sprężarki za pomocą analogowego analizatora wąskopasmowego znajdującego się w mierniku drgań.
2. Analiza komputerowa danych o przebiegu drgań zebranych z czujnika drgań przez moduł kontrolno-pomiarowy z zastosowaniem szybkiej transformaty Fouriera (FFT).

4. Przebieg ćwiczenia

Część 1. Analiza drgań za pomocą analogowego analizatora wąskopasmowego.

1. Wybrać odpowiedni czujnik (piezoelektryczny, elektrodynamiczny lub transformatorowy) w zależności od obiektu i warunków pomiaru drgań.
2. Umieścić czujnik drgań na badanym obiekcie.
3. Przełącznikiem kanałów w mierniku drgań wybrać właściwy kanał pomiarowy (1 lub 2).
4. Przełącznik rodzaju mierzonej wielkości ustawić w położenie **a**, **v** lub ζ (przyspieszenie, prędkość lub przemieszczenie).
5. Przełącznik zakresu mierzonej wielkości nastawić na największą wartość.
6. Przełącznik **SZEROKOŚĆ PASMA** analizatora ustawić w położenie **LIN** (całe widmo częstotliwości).
7. Miernik drgań włączyć do sieci, uruchomić badany obiekt.
8. Zmieniając zakres przełącznikiem zakresu pomiarowego, doprowadzić do wychylenia wskazówki miernika powyżej 1/3 zakresu. Zanotować wskazania miernika.
9. W celu przeprowadzenia analizy, ustawić przełącznik **SZEROKOŚĆ PASMA** analizatora w położenie 30% i przestrajać częstotliwość f_0 potencjometrem pomiarowym, aż do uzyskania wyraźnych wychyleń wskazówki miernika. Dla dokładnego określenia częstotliwości, zmienić szerokość pasma na 3%.
10. Zanotować poziom składowych widma badanych drgań oraz częstotliwości, przy których występują.

Część 2. Analiza drgań z zastosowaniem szybkiej transformaty Fouriera.

1. Umieścić czujnik drgań na badanym obiekcie.
2. Włączyć zasilanie komputera, monitora i miernika drgań.
3. Uruchomić program obliczeniowy o nazwie *sygnal*: wpisać polecenie: *sygnal*, potem nacisnąć klawisz *Enter*.
4. Uruchomić badany obiekt.
5. Przeprowadzić analizę drgań wg programu *sygnal*.

5. Literatura

1. Hagel R., Zakrzewski J.: Miernictwo dynamiczne, WNT, Warszawa 1984.
2. Otnes R.K., Enochson L.: Analiza numeryczna szeregów czasowych, WNT, Warszawa 1978.
3. Katalogi firmy Bruel & Kjaer.

6. Sprawozdanie z wykonanego ćwiczenia.

1. Przy użyciu programu komputerowego wydrukować sprawozdanie z przeprowadzonego ćwiczenia.
2. Wpisać do sprawozdania wyniki pomiarów z analizatora.
3. Porównać wyniki analizy częstotliwościowej przeprowadzonej przy pomocy analizy FFT i analizatora wąskopasmowego.
5. Na podstawie przeprowadzonych badań określić źródła wymuszeń tzn. pochodzenie sił wymuszających.
6. Porównać obie metody analizy drgań.