

# WYZNACZANIE MOMENTU HAMUJĄCEGO I KINETYCZNEGO WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA DLA HAMULCA KLOCKOWEGO I TAŚMOWEGO

Mechanika Techniczna – Ćwiczenie 4 \*

## 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest analiza wpływu konstrukcji hamulca na jego moment hamujący oraz wyznaczenie efektywnych współczynników tarcia kinetycznego dla okładzin bębna hamulca współpracującego z elementami wykonanymi z dwóch różnych materiałów.

## 2 Wprowadzenie

Efektywność pracy hamulca taśmowego czy dźwigniowego zależy przede wszystkim od jego konstrukcji, a także od właściwości materiałów z jakich wykonane są elementy cierne. Podstawową miarą właściwości materiałów użytych przy budowie hamulca jest w takich przypadkach kinetyczny współczynnik tarcia. Wyznaczenie wartości współczynnika tarcia na drodze teoretycznej nie jest możliwe; jedynym źródłem informacji mogą być dane otrzymane na podstawie pomiarów doświadczalnych.

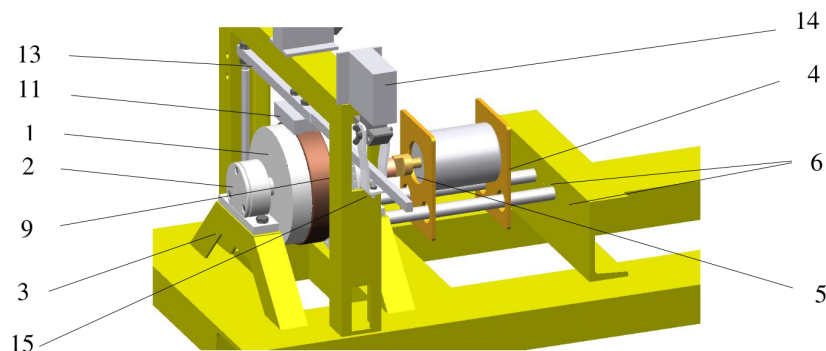
Główny element stanowiska badawczego stanowi bęben, który jest rozpędzany przy pomocy silnika elektrycznego, a następnie hamowany przy użyciu klocka lub za pomocą taśmy. Współczynniki tarcia kinetycznego są zatem wyznaczane dla dwóch różnych typów hamulca: klockowego i taśmowego, w których okładzina bębna współpracuje ze stalowym klockiem lub z mosiężną taśmą.

Pomiar współczynnika tarcia odbywa się na drodze pośredniej poprzez pomiar początkowej prędkości kątowej bębna oraz drogi kątowej bębna przebytej w czasie hamowania.

## 3 Opis części mechanicznej stanowiska badawczego

Widok stanowiska badawczego z hamulcem klockowym jest pokazany na rys. 1, natomiast na rys. 2 jest widoczne stanowisko wyposażone w hamulec taśmowy.

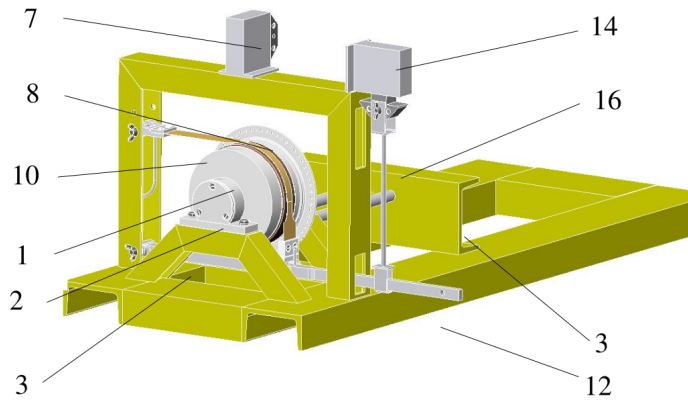
Bęben (1) o poziomej osi obrotu z okładziną (9) jest podparty w łożyskach kulkowych (2) których obudowy są przymocowane do ramy (3). Bęben może być napędzany silnikiem (4) prądu stałego poprzez sprzęgło (5). Zesprzężenie układu następuje w wyniku przesunięcia silnika na prowadnicach (6). Zrealizowano to przy użyciu siłownika elektromagnetycznego (7). Rozłączenie sprzęgła następuje po wyłączeniu luzownika dzięki sprężynom odsuwającym silnik po prowadnicach (6).



Rysunek 1: Widok hamulca klockowego

Dźwignia hamulca (13) wraz z klockiem (11) jest poruszana przez siłownik elektromagnetyczny (14) za pośrednictwem krótkiego łącznika (15) (rys. 1). Do bębna jest zamocowana tarcza (8) mająca 60 otworów rozmieszczonych równomiernie na jej obwodzie (rys. 2). Na ramie umocowany jest czujnik optyczny (17), którego sygnał umożliwia pomiar prędkości kątowej i drogi kątowej bębna.

\*Autor – B. Mianowski, w: K. Januszkiewicz, J. Grabski: ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z MECHANIKI, Łódź 2008



Rysunek 2: Widok hamulca taśmowego

W przypadku hamulca taśmowego dźwignia hamulca (12), do której mocuje się taśmę (10), jest unoszona przez luzownik (14) z wykorzystaniem długiego łącznika (16) (rys. 2).

## 4 Opis aparatury pomiarowej

Głównym elementem linii pomiarowej jest czujnik optyczny, który przekazuje impulsy generowane przy ruchu bębna przez otwory w tarczy (8). Impulsy z czujnika optycznego przekazywane są do dwóch mierników. Do pomiaru prędkości obrotowej użyto częstotliwościomierza PFL-30. Częstotliwościomierz rejestruje liczbę otworów przechodzących przez linię optyczną czujnika w czasie pierwszej sekundy od otwarcia bramki miernika. Przy pomiarze drogi kątovej bębna zastosowano licznik uniwersalny KZ-2025. Miernik drogi kątovej sumuje liczbę impulsów generowanych przez czujnik optyczny w czasie trwania ruchu, poczynając od momentu otwarcia bramki licznika. Oba mierniki są włączone jednym przyciskiem sterującym „P1”, który otwiera bramki mierników.

## 5 Podstawowe zależności teoretyczne

### 5.1 Wyznaczenie momentu oporu bębna w łożyskach

Moment oporów łożysk ( $M_{op}$ ) można wyznaczyć nadając bębnowi pewną prędkość kątową ( $\omega_0$ ) i mierząc przebytą przez niego drogę kątową ( $\varphi_k$ ) do momentu zatrzymania się. Wykorzystując twierdzenie o przyroście energii kinetycznej układu

$$E_k - E_0 = L_{0-k}, \quad (1)$$

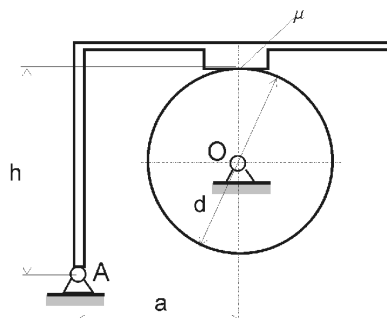
i zakładając, że moment oporów ( $M_{op}$ ) jest stały w trakcie ruchu, otrzymuje się:

$$0 - \frac{J_z \omega_0^2}{2} = -M_{op} \varphi_k, \quad (2)$$

gdzie:  $J_z$  [ $\text{kg m}^2$ ] – moment bezwładności bębna względem osi obrotu,  $\omega_0$  [ $\text{rad/s}$ ] – początkowa prędkość kątovej,  $\varphi_k$  [ $\text{rad}$ ] – droga kątovej bębna – mierzona od chwili zarejestrowania wartości początkowej prędkości kątovej  $\omega_0$  do chwili zatrzymania bębna.

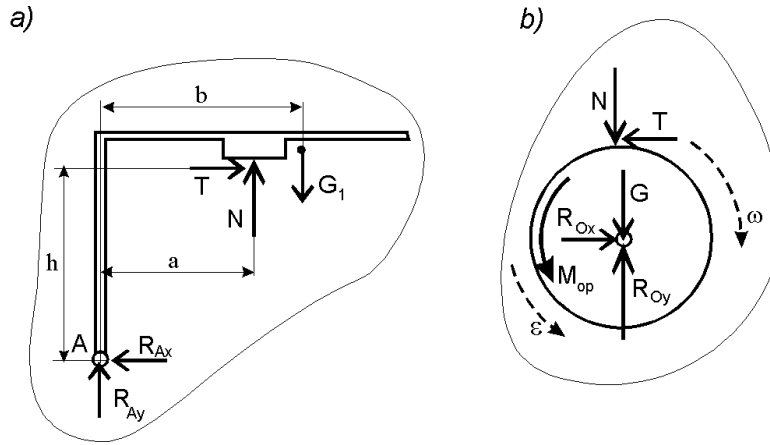
### 5.2 Wyznaczenie momentu hamującego dla hamulca klockowego

Schemat obliczeniowy hamulca przedstawiono na rys. 3, natomiast siły działające na dźwignię i bęben hamulcowy są pokazane na rys. 4. Równania opisujące zachowanie się dźwigni z klockiem hamulcowym oraz bębna –



Rysunek 3: Model hamulca klockowego

dla ruchu bębna w prawo – mają postać:



Rysunek 4: Obciążenia działające na dźwignię i bęben dla hamulca klockowego (ruch bębna w prawo)

- równanie równowagi dźwigni (rys. 4a)

$$Na - G_1b - Th = 0, \quad (3)$$

- równanie ruchu bębna (rys. 4b)

$$J_z \varepsilon = M_{op} + T \frac{d}{2}. \quad (4)$$

Podstawiając (3) do (4) i wykorzystując zależność  $T = \mu_k N$ , otrzymuje się – dla obrotów bębna w prawo – równanie ruchu bębna w postaci

$$J_z \varepsilon = M_{op} + \frac{G_1 b \mu_k d}{2(a - \mu_k h)}, \quad (5)$$

$$J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{op} + \frac{G_1 b \mu_k d}{2(a - \mu_k h)}. \quad (6)$$

Postępując w analogiczny sposób można określić równanie ruchu bębna – dla obrotów bębna w lewo – jako

$$J_z \varepsilon = M_{op} + \frac{G_1 b \mu_k d}{2(a + \mu_k h)}. \quad (7)$$

Całkowity moment hamujący bęben (prawa strona równania (6) lub (7)) wynosi:

- dla obrotów bębna w prawo

$$M_{(p)} = M_{op} + \frac{G_1 b \mu_k d}{2(a - \mu_k h)}, \quad (8)$$

- dla obrotów bębna w lewo

$$M_{(l)} = M_{op} + \frac{G_1 b \mu_k d}{2(a + \mu_k h)}. \quad (9)$$

### 5.3 Wyznaczenie kinetycznego współczynnika tarcia dla hamulca klockowego

Zależność pomiędzy kątem obrotu ( $\varphi$ ) a współczynnikiem tarcia ( $\mu_k$ ) można otrzymać w prostszy sposób jeśli wykorzysta się twierdzenie o przyroście energii kinetycznej układu. Przy założeniu niezmienności momentu hamującego otrzymuje się:

$$-\frac{J_z \omega_0^2}{2} = -M_{(p)} \varphi_k \quad \text{oraz} \quad -\frac{J_z \omega_0^2}{2} = -M_{(l)} \varphi_k. \quad (10)$$

Stąd efektywny współczynnik tarcia kinetycznego dla hamulca klockowego określają zależności:

- dla obrotów bębna w prawo

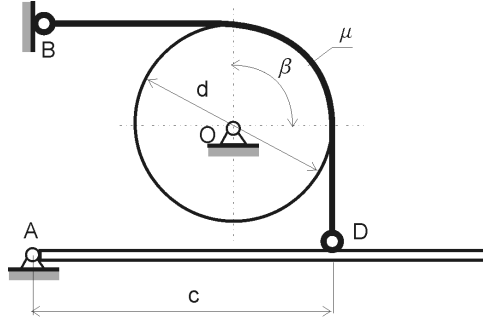
$$\mu_{k(p)} = \frac{a(\omega_0^2 J_z - 2M_{op} \varphi_k)}{h\omega_0^2 J_z + (bdG_1 - 2hM_{op}) \varphi_k}, \quad (11)$$

- dla obrotów bębna w lewo

$$\mu_{k(l)} = \frac{a(\omega_0^2 J_z - 2M_{op} \varphi_k)}{-h\omega_0^2 J_z + (bdG_1 + 2hM_{op}) \varphi_k}. \quad (12)$$

## 5.4 Wyznaczenie momentu hamującego dla hamulca taśmowego

Schemat obliczeniowy hamulca przedstawiono na rys. 5.



Rysunek 5: Model obliczeniowy hamulca taśmowego

Równania opisujące zachowanie się dźwigni oraz bębna dla hamulca taśmowego (przy ruchu bębna w prawo) mają postać:

- równanie ruchu bębna (por. rys. 6a)

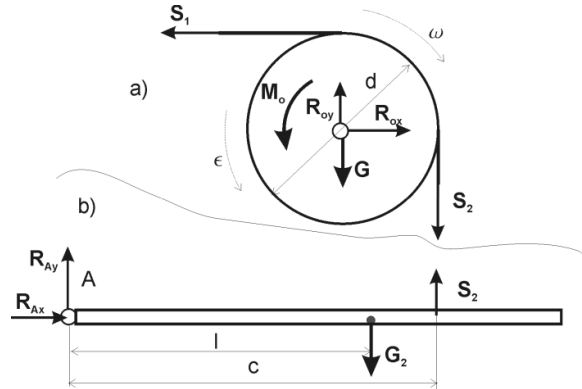
$$J_2 \varepsilon = M_{op} + S_1 \frac{d}{2} - S_2 \frac{d}{2}, \quad (13)$$

- wzór Eulera dla tarcia cięgien o krążek ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$  zgodnie z rys. 5)

$$S_1 = S_2 e^{\mu_k \frac{\pi}{2}}, \quad (14)$$

- równanie równowagi dźwigni (por. rys. 6b)

$$S_2 c - G_2 l = 0. \quad (15)$$



Rysunek 6: Obciążenia działające na dźwignię i bęben dla hamulca taśmowego (dla ruchu bębna w prawo)

Na podstawie równań (13)–(15) można wyznaczyć całkowity moment hamujący bęben (wynikający z oporów w łożyskach i sił tarcia pomiędzy bębniem a taśmą). Jest on równy:

- dla obrotów w prawo

$$M_{(p)} = G_2 \frac{ld}{2c} (e^{\mu_k \alpha} - 1) + M_{op}, \quad (16)$$

- dla obrotów bębna w lewo

$$M_{(l)} = G_2 \frac{ld}{2c} (1 - e^{-\mu_k \alpha}) + M_{op}. \quad (17)$$

## 5.5 Wyznaczenie kinetycznego współczynnika tarcia dla hamulca taśmowego

Korzystając z twierdzenia o zmianie energii kinetycznej (przy założeniu, że moment hamujący jest stały) wyznaczmy efektywny współczynnik tarcia kinetycznego:

- dla obrotów bębna w prawo

$$\mu_{k(p)} = \frac{1}{\alpha} \ln \left| 1 + \frac{2c}{G_2 dl} (M_p - M_{op}) \right|, \quad (18)$$

- dla obrotów bębna w lewo

$$\mu_{k(l)} = \frac{1}{\alpha} \ln \left| \frac{1}{1 - \frac{2c}{G_2 dl} (M_l - M_{op})} \right|. \quad (19)$$

## 6 Przebieg pomiarów

Uruchomić program komputerowy wspomagający ćwiczenie. Następnie przystąpić do wyznaczania kinetycznego momentu oporu ruchu bębna. Po wykonaniu czynności opisanych w punkcie 6.1 należy przejść do badania hamulca klockowego, jak opisano w punkcie 6.2 oraz hamulca taśmowego wg punktu 6.3.

### 6.1 Wyznaczanie kinetycznego momentu oporu łożysk

Pomiar momentu oporu łożysk jest dokonywany drogą pośrednią poprzez pomiar początkowej prędkości kątowej  $\omega_0$ , a następnie drogi kątowej  $\varphi_k$  przebytej przez bęben do chwili zatrzymania się. Przy wyznaczaniu momentu oporu łożysk  $M_{op}$  należy wykonać następujące czynności:

1. Wymontować dźwignię hamulca, aby umożliwić swobodne obracanie się bębna.
2. Włączyć układ pomiarowy ZPA 119.
3. Zakręcić ręką bęben, a następnie przyciskiem "P1" uruchomić pomiar (otwarcie bramek mierników, a tym samym rozpoczęcie zliczania następuje w momencie zwolnienia przycisku "P1"). i postępować zgodnie z wyświetlanymi na mierniku ZPA 119 instrukcjami.
4. Odczytać wskazania mierników (po zatrzymaniu się bębna).
5. Zapisać wyniki pomiarów w tabeli 1.
6. Pomiar wykonać trzykrotnie, dla obrotów bębna w lewo i w prawo. Wprowadzić dane otrzymane z pomiarów do programu komputerowego, a uzyskane wyniki obliczeń zanotować w tabeli 1.

### 6.2 Wyznaczenie momentu hamującego i współczynnika tarcia dla hamulca klockowego

W tym celu należy wykonać następujące czynności:

1. Założyć dźwignię z klockiem hamulcowym i odpowiedni łącznik. Ustawić łącznik pionowo i skrócić go ze zworą luzownika.
2. Sprawdzić czy przy wyłączonym luzowniku łącznik nie podtrzymuje dźwigni.
3. Poprzez obrót bębna ustawić tarcze sprzęgła w pozycji umożliwiającej jego włączenie (dla pewności ucisnąć pionowy pręt w kierunku do bębna).
4. Postępować zgodnie z instrukcjami wyświetlanymi na ekranie ZPA 119 (usunąć punkty 5, 6, 7, 8).
5. Obserwować zachowanie się dźwigni hamulca w trakcie hamowania.
6. Po zatrzymaniu się bębna odczytać wskazania mierników i zanotować je w tabeli 2.
7. Pomiar wykonać trzykrotnie.
8. Po zakończeniu pomiarów wyłączyć zasilacz silnika i wprowadzić dane otrzymane z pomiarów do programu, a uzyskane wyniki obliczeń zanotować w tabeli 2.

### 6.3 Wyznaczenie momentu hamującego i współczynnika tarcia dla hamulca taśmowego

1. Wymontować dźwignię z klockiem hamulcowym oraz łącznik luzownika.
2. Zamocować dźwignię i taśmę hamulcową oraz odpowiedni łącznik.
3. Łącznik ustawić pionowo (sprawdzić czy nie podtrzymuje on dźwigni), i skrócić go ze zworą luzownika.
4. Dalszy przebieg ćwiczenia jest taki sam, jak opisano poprzednio dla hamulca klockowego (punkty 2–12); wyniki pomiarów zanotować w tabeli 3.
5. Wprowadzić do programu dane otrzymane z pomiarów, a uzyskane wyniki obliczeń zanotować w tabeli 3.

Po zakończeniu wszystkich pomiarów wyłączyć zasilacz silnika i czujnika obrotów jak również mierniki.

## 7 Opracowanie wyników i sprawozdanie

### 7.1 Obliczenia pomocnicze

Zasadnicze obliczenia przeprowadzane są z użyciem programu komputerowego. Do obliczeń przyjmowane są następujące dane:

- dla bębna:  $J_z = 0,0150 \text{ kg m}^2$ ,  $d = 146 \text{ mm}$
- dla hamulca klockowego:  $G_1 = 9,50 \text{ N}$ ,  $a = 167 \text{ mm}$ ,  $b = 205 \text{ mm}$ ,  $h = 170 \text{ mm}$
- dla hamulca taśmowego:  $G_2 = 9,14 \text{ N}$ ,  $c = 242 \text{ mm}$ ,  $l = 208 \text{ mm}$ .

Na podstawie uzyskanych wyników należy obliczyć wartości średnie momentów hamujących dla obrotów w prawo i w lewo dla obydwu hamulców. Następnie określić relacje względne tych wartości.

## 8 Pytania kontrolne

1. W jaki sposób można wyprowadzić wzór Eulera dotyczący tarcia cięgien?
2. Sformułuj twierdzenie Koeniga dotyczące energii kinetycznej układu materialnego.
3. Wyjaśnić różnicę pomiędzy współczynnikiem tarcia statycznego, a współczynnikiem tarcia kinetycznego?
4. W jaki sposób można określić moment oporów ruchu wirującego bębna? Jakie wielkości należy pomierzyć?

**LABORATORIUM  
MECHANIKI  
TECHNICZNEJ**

**Ćwiczenie 4**

**WYZNACZANIE MOMENTU HAMUJĄCEGO I  
KINETYCZNEGO WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA DLA  
HAMULCA KLOCKOWEGO I TAŚMOWEGO**

Grupa: \_\_\_\_\_  
Zespół: \_\_\_\_\_

data \_\_\_\_\_ Imię i

nazwisko:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_
6. \_\_\_\_\_

Tabela 1: Wyniki pomiarów i obliczeń momentu oporu łożysk

nr	kierunek obr.	pr. pocz. PFL-30		droga ką. KZ2025		mom. oporu łożysk	śr. momentu
		$k_0$	$\omega_0$	$k$	$\phi$	$M_{0i}$	$M_0 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{i=6} M_{0i}$
		[Hz]	[rad/s]	[imp]	[rad]	[N m]	[N m]
1	w lewo						
2							
3							
1	w prawo						
2							
3							

Tabela 2: Wyników pomiarów i obliczeń dla hamulca klockowego

nr	kierunek obr.	pr. pocz. PFL-30		droga ką. KZ2025		mom. hamujący	wsp. tarcia	śr. wart. $\mu$
		$k_0$	$\omega_0$	$k$	$\phi$	$M_{il} / M_{ip}$	$\mu_{kl} / \mu_{kp}$	
		[Hz]	[rad/s]	[imp]	[rad]	[N m]	[-]	[-]
1	w lewo							
2								
3								
4	w prawo							
5								
6								

Tabela 3: Wyników pomiarów i obliczeń dla hamulca taśmowego

nr	kierunek obr.	pr. pocz. PFL-30		droga ką. KZ2025		mom. hamujący	wsp. tarcia	śr. wart. $\mu$
		$k_0$	$\omega_0$	$k$	$\phi$	$M_{il} / M_{ip}$	$\mu_{kl} / \mu_{kp}$	
		[Hz]	[rad/s]	[imp]	[rad]	[N m]	[-]	[-]
1	w lewo							
2								
3								
4	w prawo							
5								
6								