

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA RESTYTUCJI I IMPULSU REAKCJI DYNAMICZNYCH W CZASIE UDERZENIA

Mechanika Techniczna – Ćwiczenie 6 *

1 Cel ćwiczenia

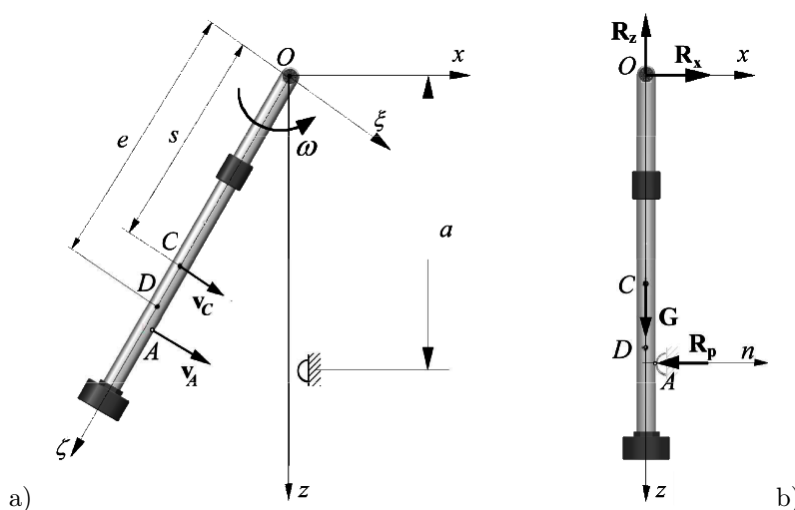
Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie współczynnika restytucji, doświadczalne i teoretyczne wyznaczenie wartości impulsu reakcji łożysk i położenia środka uderzenia ciała nieswobodnego.

2 Wprowadzenie

Omawiane tu zagadnienia dotyczą modelowania i analizy zjawiska zderzenia ciała nieswobodnego z nieruchomą przeszkodą. Rozpatrywane jest ciało poruszające się ruchem obrotowym wokół poziomej osi pod wpływem sił ciężkości, które uderza w nieruchomą przeszkodę. W czasie uderzenia na ciało działają chwilowe siły pochodzące od przeszkody, które wywołują dodatkowe reakcje łożysk. Matematyczny opis zjawiska pozwalający na wyznaczenie impulsów reakcji przeszkody z łożysk jest możliwy na podstawie twierdzeń o pochodnej krętu i pochodnej pędu ciała oraz hipotezy Newtona.

Stanowisko badawcze umożliwia obserwację zjawiska oraz rejestrację przebiegu zmian wartości reakcji w czasie uderzenia. Przeprowadzone pomiary pozwalają na wyznaczenie współczynnika restytucji, impulsu reakcji w łożyskach powstałych na skutek zderzenia oraz położenia środka uderzenia.

3 Teoretyczny opis zjawiska



Rysunek 1: Uderzenie mimośrodowe ciała nieswobodnego w nieruchomą przeszkodę: a) układy współrzędnych i wymiary, b) siły działające na ciało w czasie uderzenia

W modelu rozpatrywanego układu (rys. 1) ciało obraca się wokół nieruchomej poziomej osi prostopadłej do płaszczyzny symetrii ciała $\xi\zeta$. Ciało uderza mimośrodowo w nieruchomą przeszkodę. Założono, że

* Autorzy – Z. Towarek, A. Jach, J. Grabski, w: K. Januszkiewicz, J. Grabski: ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z MECHANIKI, Łódź 2008. Modyfikacja: B. Jagiełło i J. Wojewoda, 2026.

przeszkoda umieszczona jest w taki sposób, że kierunek normalnej w miejscu uderzenia jest poziomy i leży w płaszczyźnie symetrii ciała. Wskutek oddziaływania podпоры na ciało siłą $\mathbf{R}_p$ w łożyskach powstają dodatkowe reakcje $\mathbf{R}$. Reakcje są zerowe w przypadku, gdy prosta normalna uderzenia n przechodzi przez środek uderzenia (punkt D).

3.1 Zależności ogólne

Wartości impulsów reakcji w łożyskach ($\mathbf{S}$) i w miejscu styku z podporą ($\mathbf{S}_p$) można wyznaczyć na podstawie twierdzeń o pochodnej pędu i pochodnej krętu ciała:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{Q}}{dt} &= \mathbf{P}, \\ \frac{d\mathbf{K}_O}{dt} &= \mathbf{M}_O,\end{aligned}\tag{1}$$

gdzie $\mathbf{P}$ oznacza sumę wszystkich sił czynnych i sił reakcji dział

Pęd ciała jest określony jako $\mathbf{Q} = m\mathbf{V}_C$, przy czym m oznacza masę ciała, a $\mathbf{V}_C$ prędkość środka masy.

Kręt ciała $\mathbf{K}_O$ względem nieruchomego punktu O można przedstawić za pomocą składowych o kierunkach nieruchomych osi xyz (rys. 1) lub osi ruchomych $\xi\eta\zeta$ – sztywno związanych z ciałem. Najczęściej stosowana jest druga metoda – wówczas

$$\mathbf{K}_O = \mathbf{i}K_\xi + \mathbf{j}K_\eta + \mathbf{k}K_\zeta,\tag{2}$$

gdzie K_ξ , K_η , K_ζ oznaczają rzuty wektora krętu na osie $\xi\eta\zeta$ (sztywno związane z poruszającym się ciałem), a $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ są wersorami tych osi. Rzuty wektora krętu na osie prostokątnego (prawoskrętnego) układu współrzędnych $\xi\eta\zeta$ wyznacza się z zależności:

$$\begin{aligned}K_\xi &= J_\xi\omega_\xi - J_{\xi\eta}\omega_\eta - J_{\xi\zeta}\omega_\zeta, \\ K_\eta &= J_\eta\omega_\eta - J_{\eta\xi}\omega_\xi - J_{\eta\zeta}\omega_\zeta, \\ K_\zeta &= J_\zeta\omega_\zeta - J_{\zeta\xi}\omega_\xi - J_{\zeta\eta}\omega_\eta.\end{aligned}\tag{3}$$

W przypadku gdy ciało obraca się wokół nieruchomej osi – pokrywającej się z osią η – to wektor prędkości kątowej $\boldsymbol{\omega}$ ma tylko jedną składową różną od zera $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{j}\omega_\eta$, ($\omega_\xi = \omega_\zeta = 0$). Jeśli ponadto momenty dewiacyjne $J_{\xi\eta}$ i $J_{\zeta\eta}$ są równe zeru, co ma miejsce wówczas, gdy płaszczyzna $\xi\zeta$ jest płaszczyzną symetrii ciała, to kręt $\mathbf{K}_O$ jest określony jako

$$\mathbf{K}_O = \mathbf{j}K_\eta = \mathbf{j}J_\eta\omega_\eta = J_\eta\omega_\eta.\tag{4}$$

(Ponieważ oś η pokrywa się z osią y , to $\omega_\eta \equiv \omega_y = \omega$ oraz $J_\eta \equiv J_y$.)

3.2 Zmiana pędu i krętu rozpatrywanego modelu

Całkując obie strony równania (1) w granicach od t do $t + \Delta t$ otrzymuje się zależności:

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(t + \Delta t) - \mathbf{Q}(t) = \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{P} dt,\tag{5}$$

$$\Delta\mathbf{K}_O = \mathbf{K}_O(t + \Delta t) - \mathbf{K}_O(t) = \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{M}_O dt.\tag{6}$$

które określają przyrosty wektorów pędu i krętu układu.

W położeniu, w którym ciało zderza się z przeszkodą równania (5)–(6) można przedstawić w postaci skalarnej:

$$\begin{aligned}mv'_{cx} - mv''_{cx} &= S - S_p, \\ J_y\omega' - J_y\omega'' &= -S_p \cdot a.\end{aligned}\tag{7}$$

Wprowadzone zostały następujące oznaczenia:

- $v''_{cx} = v_{cx}(t + \Delta t)$, $v'_{cx} = v_{cx}(t)$ – rzuty prędkości środka masy ciała na oś x tuż po uderzeniu (w chwili $t + \Delta t$) i tuż przed uderzeniem (w chwili t),
- $\omega'' = \omega(t + \Delta t)$, $\omega' = \omega(t)$ – prędkość kątowa ciała tuż po uderzeniu i tuż przed uderzeniem,
- $S = \int_t^{t+\Delta t} R_x dt$ – impuls siły R_x działającej na łożyska w czasie uderzenia,
- $S_p = \int_t^{t+\Delta t} R_p dt$ – impuls reakcji podпоры $\mathbf{R}_p$.

3.3 Wyznaczenie impulsu reakcji łożysk i reakcji podpory

Dodatkowe równania, konieczne do wyznaczenia wielkości impulsów sił powstających podczas uderzenia:

- hipoteza Newtona, która pozwala na określenie współczynnika restytucji (k) przy uderzeniu w nieruchomą podporę jako

$$k = \frac{v'_A - 0}{-v''_A - 0} = \frac{-v'_A}{v''_A}, \quad (8)$$

- zależności kinematyczne:

$$v'_{cx} = \omega' s, \quad v''_{cx} = \omega'' s, \quad (9)$$

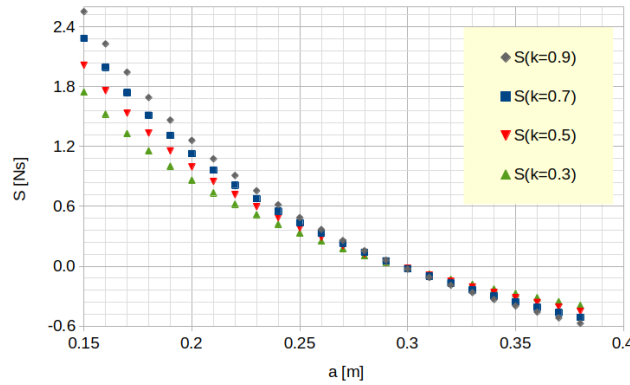
$$v'_A = \omega' a, \quad v''_A = \omega'' a. \quad (10)$$

Po rozwiązaniu równań (7)–(10) otrzymuje się zależności określające impuls reakcji łożysk

$$S = (1 + k)m\omega' \left(\frac{J_y}{ma} - s \right), \quad (11)$$

i impuls reakcji oddziaływania podpory na uderzające w nią ciało

$$S_p = (1 + k) \frac{J_y \omega'}{a}. \quad (12)$$



Rysunek 2: Przebieg teoretycznej zmienności impulsu reakcji łożysk dla wartości współczynnika restytucji $k = 0.3 - 0.9$ i kąta $\alpha_1 = 40^\circ$; w środku uderzenia reakcja jest zerowa, wzór (11)

3.4 Środek uderzenia

Impuls reakcji łożysk (S) jest równy zero wtedy, gdy we wzorze (11) wyrażenie $\left(\frac{J_y}{ma} - s \right)$ jest równe zero. Oznaczając symbolem e taką odległość a ($a = e$), dla której

$$\frac{J_y}{me} - s = 0, \quad (13)$$

można wyznaczyć odległość podpory $a = e$, dla której impuls reakcji łożysk jest równy zero. Odległość ta określa położenie środka uderzenia (np. punktu D na rys. 1). Ze wzoru (13) wynika, że odległość środka uderzenia od osi obrotu jest równa

$$e = \frac{J_y}{ms}. \quad (14)$$

Należy podkreślić, że wzór (14) jest słuszny przy założeniach: oś obrotu jest prostopadła do płaszczyzny symetrii ciała, normalna uderzenia leży w tej płaszczyźnie i jest prostopadła do prostej OC .

3.5 Wyznaczenie współczynnika restytucji

Współczynnik restytucji jest wyznaczany na podstawie hipotezy Newtona, to znaczy z zależności

$$k = \frac{v'_{Ax} - 0}{-v''_{Ax} - 0} = \frac{-\omega' a}{\omega'' a} = \frac{\omega'}{\omega''}. \quad (15)$$

Prędkość ω' oznacza prędkość kątową ciała uderzającego w chwili uderzenia (tuż przed uderzeniem). Można ją wyznaczyć wykorzystując twierdzenie o przyroście energii kinetycznej

$$\frac{1}{2}J_y(\omega')^2 - 0 = mgs(1 - \cos \alpha_1), \quad (16)$$

gdzie założono, że w położeniu początkowym określonym kątem α_1 prędkość ciała nieswobodnego jest równa zeru.

W podobny sposób można wyznaczyć prędkość ω'' . Rozpatrując zmianę energii kinetycznej w chwili tuż po uderzeniu i w chwili, gdy ciało osiąga najwyższe wychylenie (określone kątem α_2) otrzymuje się

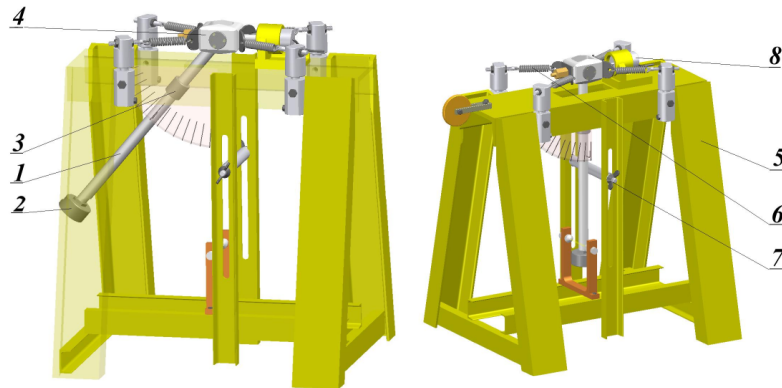
$$\frac{1}{2}J_y(\omega'')^2 - 0 = -mgs(1 - \cos \alpha_2). \quad (17)$$

Po rozwiązaniu równań (15)–(17) zależność określającą współczynnik restytucji dla znanych kątów α_1 i α_2 można przedstawić w formie

$$k = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_2}{1 - \cos \alpha_1}}. \quad (18)$$

4 Opis stanowiska badawczego

Widok stanowiska do badań jest przedstawiony na rys. 3. Użyte podczas doświadczenia ciało nieswobodne składa się z pręta (1) o przekroju kołowym, na końcu którego jest zamocowany walec (2) oraz tulei (3), którą może być mocowana w dowolnym położeniu na pręcie. Powstałe w ten sposób wahadło fizyczne może się obracać względem osi łożysk umieszczonych w lekkiej oprawie (4). Oprawa łożysk takiego wahadła jest połączona z ramą (5) za pomocą czterech sprężyn (6) o jednakowej sztywności. Przeszkoda (7), o którą uderza wychylane w kontrolowany sposób wahadło, umieszczona jest w prowadnicach umożliwiających zmianę jej położenia względem osi obrotu.



Rysunek 3: Stanowisko badawcze

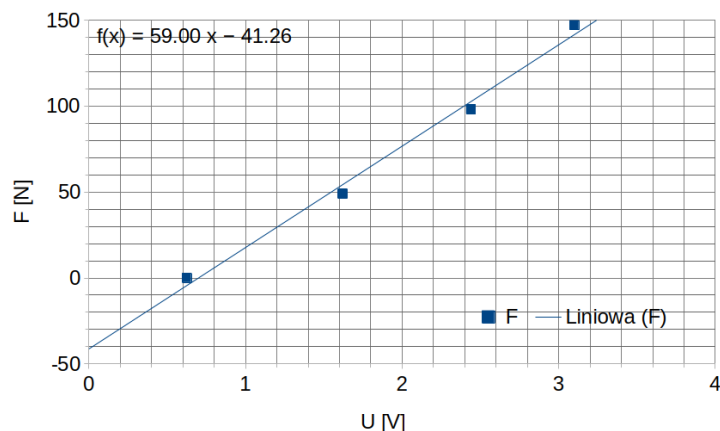
4.1 Urządzenia pomiarowe

Podstawową wielkością poszukiwaną w czasie uderzenia jest wypadkowa sił reakcji łożysk (spowodowanych siłami powstającymi w momencie uderzenia). Pomiar jest dokonywany pośrednio – poprzez wyznaczenie przemieszczenia oprawy łożysk względem obudowy, w której zamocowane jest wahadło. Dokonuje się go przy użyciu indukcyjnego czujnika przemieszczeń (8), którego sygnał podawany jest na wejście oscyloskopu, który mierzy napięcie z czujnika. W istniejącej aranżacji można wyznaczyć charakterystykę siły obciążenia w funkcji mierzonego napięcia, co jest efektem przesunięcia wywołanego siłą, a taki wynik jest pokazany na Rys. 4. Zatem, na podstawie zarejestrowanego przebiegu czasowego sygnału napięcia

z czujnika przemieszczeń oprawy łożysk wahadła (w jednostkach siły) jest wyznaczany impuls reakcji łożysk wg relacji:

$$F = -59.846 \cdot U - 44.92, \quad (19)$$

gdzie U – napięcie odczytywane na oscyloskopie [V], F – wartość obciążenia statycznego [N].



Rysunek 4: Charakterystyka statyczna układu pomiarowego siły reakcji

5 Przebieg pomiarów

5.1 Wyznaczanie współczynnika restytucji

W celu wyznaczenia współczynnika restytucji (k) należy dokonać kilku pomiarów kąta wychylenia ciała przed i po uderzeniu.

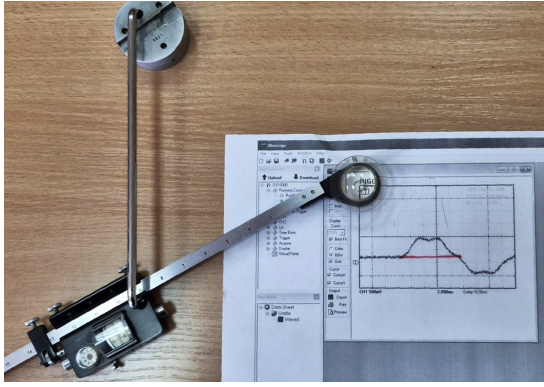
Sposób przeprowadzenia pomiarów współczynnika restytucji:

1. Ustawić poprzeczkę w okolicy jej górnego skrajnego położenia, $a \approx 0.20 - 0.25$ m, dobrze dokręcić i zanotować ustawioną wartość a w tabeli 1.
2. Wychylać pręt o kąt $\alpha_1 = 40, 30, 20$ deg (zanotować jego wartość w tabeli 1), a następnie puścić swobodnie.
3. Obserwować ruch ciała po uderzeniu w przeszkodę i mierzyć maksymalne kąty (α_2), o jaki wychyliło się ono po odbiciu od przeszkody. Wartość kąta zapisać w odpowiedniej rubryce tabeli 1. Pomiary wykonać trzykrotnie.
4. Przesunąć poprzeczkę w okolice dolnego skrajnego położenia $a \approx 0.34 - 0.37$ m i powtórzyć powyższe czynności.

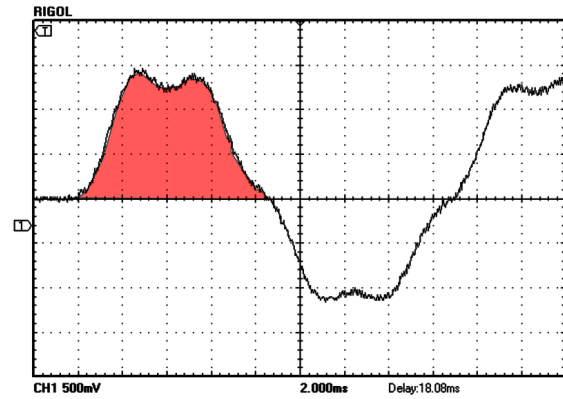
5.2 Określenie wartości impulsu reakcji łożysk

Wyznaczenie impulsu (S) reakcji łożysk sprowadza się do rejestracji przebiegu zmian reakcji łożysk (R_x) w czasie uderzenia, a następnie obliczenia pola impulsu (pola pod krzywą przebiegu siły reakcji), czyli całki $S = \int_t^{t+\Delta t} R_x dt$. W tym celu należy przeprowadzić pomiary w tych samych położeniach przeszkody, co w punkcie poprzednim (wartość współczynnika k jest wykorzystywana w obliczeniach, a nie jest on stały w przedziale zmienności a):

1. Zamocować przeszkodę w okolicach jej górnego skrajnego położenia, jak w p. 5.1.1
2. Wychylić pręt o kąt $\alpha_1 : 20 \div 40^\circ$, a następnie puścić swobodnie.
3. Zarejestrować na oscyloskopie przebieg wartości reakcji R_x w funkcji czasu.
4. Obliczenie wartości impulsu metodą analogową poprzez pomiar pola powierzchni sygnału uderzenia – pierwszego impulsu zarejestrowanego na oscyloskopie z wykorzystaniem planimetru, Rys. 5, 6.
 - Otrzymany obraz wydrukować po zapisaniu pliku z obrazem (format BMP) na nośniku USB zamontowanym w oscyloskopie. Wydrukować korzystając z oprogramowania komputera.
 - Za pomocą planimetru wyznaczyć pole obszaru wyznaczonego między krzywą przebiegu siły R_x (pokazane w [V]), a osią odciętych t .



Rysunek 5: Planimetr, pomiar referencyjny pola siatki



Rysunek 6: Pole do obliczenia impulsu siły reakcji

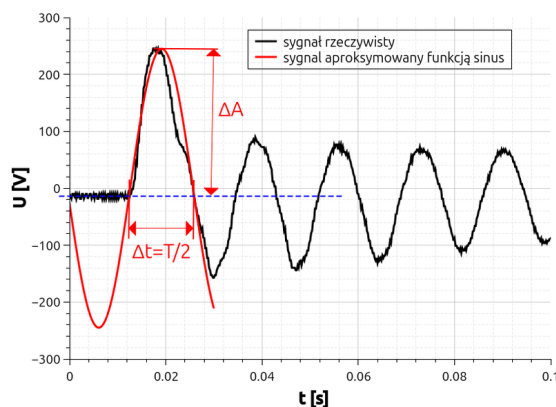
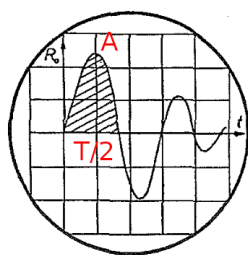
- Ustawić planimetr na płaskiej, równej powierzchni. Biegun (obciążnik) umieścić na zewnątrz mierzonego kształtu, tak aby ramie mogło się swobodnie obracać.
 - Wyzerowanie: Ustawić wodzik (punkt celowniczy) na charakterystycznym punkcie na brzegu figury. Zresetować wskaźniki (bęben i tarcza) do zera.
 - Pomiar: Prowadzić wodzik powoli i precyzyjnie po całym obrysie figury referencyjnej zgodnie z ruchem wskazówek zegara, np. całego zakresu siatki pomiarowej oscyloskopu (24 ms. 4000 mV), Rys. 6. Odczytać wartość ze skali (tarcza główna, bęben całkowity i noniusz), zanotować odczytaną na planimetrze wartość. Zresetować wskaźniki planimetru. Wykonać kolejny pomiar dla zacienionego jak na Rys. 6 obszaru także zgodnie z ruchem wskazówek zegara.
 - Wynik: Przeliczyć na pole figury wyrażone w [Vs] korzystając z proporcji znanego pola referencyjnego i szukanego.
 - Uwzględniając współczynnik nachylenia w zależności (19) relację pomiędzy napięciem mierzonym na oscyloskopie, a siłą przeliczyć wynik na jednostkę impulsu siły [Ns].
5. Obliczenie wartości impulsu siły z wykorzystaniem pomiarów zarejestrowanych oscyloskopem, jeśli przebieg wizualnie przypomina sinusoidę – za pomocą przybliżenia przebiegu impulsu reakcji funkcją sinus, Rys. 7 po prawej. Można go oszacować licząc pole pod przebiegiem pierwszego impulsu zarejestrowanego na oscyloskopie przy założeniu, że jest on w przybliżeniu sinusoidą, w praktyce błąd nie przekracza tu 10%. Należy:
- za pomocą kursorów oscyloskopu zmierzyć wartości czasu trwania $\Delta t = T/2$ (obszar zakreślony na Rys. 7 po lewej) oraz amplitudę ΔA tego fragmentu sygnału reakcji (sygnał z czujnika jest przesunięty względem zera).
 - Wykorzystać wzór na pole ograniczone taką połówką sinusoidy i osią czasu. Równanie sinusoidy opisujemy wzorem $(y(t) = A \sin(\omega t))$. Obszar pod jej połówką zawiera się w przedziale od $t = 0$ do $t = \frac{T}{2} = \Delta t$ (zmierzyć). Wtedy $T = 2\Delta t$, co daje $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{\Delta t}$. Pole powierzchni obliczamy wyznaczając wartość całki oznaczonej:

$$P = \int_0^{\frac{T}{2}} A \sin(\omega t) dt = -\frac{A}{\omega} \cos(\omega t) \Big|_0^{\frac{T}{2}} = -\frac{A}{\omega} \cos(\pi) + \frac{A}{\omega} \cos(0) = \frac{2A}{\omega} = \frac{2}{\pi} A \Delta t.$$

Tutaj wyznaczona wartość ΔA oraz Δt umożliwia obliczenie wielkości **pola odpowiadającego impulsowi reakcji**:

$$P = \frac{2}{\pi} \cdot \Delta A \cdot \Delta t \quad (20)$$

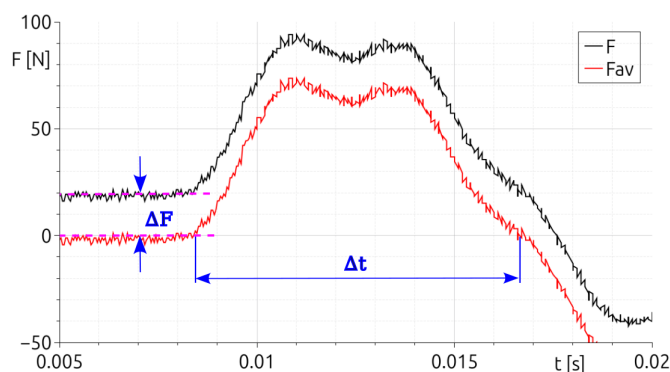
i ma jednostkę [Vs]. Mnożąc wynik przez współczynnik nachylenia w zależności (19), otrzymuje się wartość impulsu reakcji w [Ns].



Rysunek 7: Widok sygnału reakcji – idea pomiaru po lewej, oraz typowy sygnał rzeczywisty przeliczony na jednostki siły z aproksymacją funkcją sinus, po prawej ($a = 0.20$ m)

6. Obliczenie wartości impulsu z wykorzystaniem pomiarów zarejestrowanych oscyloskopem, jeśli kształt zarejestrowanego przebiegu odbiega od sinusoidy – całkując numerycznie zarejestrowane dane podczas pierwszego impulsu, co da wartość pola pod tym fragmentem sygnału, Rys. 8.

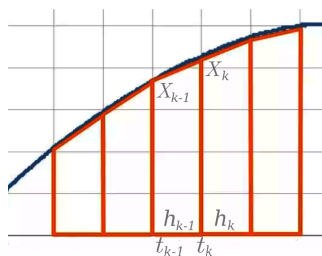
- Zarejestrować przebieg na oscyloskopie w pliku z danymi w formacie CSV (*Comma Separated Values* = dane oddzielone przecinkami) na nośniku USB zamontowanym w oscyloskopie.
- Przenieść dane do komputera i wczytać do arkusza kalkulacyjnego. Wykonać wykres danych z kolumny B (XCH1 w pliku CSV) w funkcji czasu (kolumna A, Time w tymże pliku) w celu porównania z obrazem na oscyloskopie. Stworzyć nową kolumnę danych, np. D zawierającą przeliczenie tego sygnału na siłę F wg formuły (19). Skorygować wartości kolumny D przesuwając ją na poziom zera, tworząc kolejną kolumnę E zawierającą wartości siły $F_{av} = F \pm \Delta F$, gdzie ΔF to średnia wartość sygnału z przedziału czasu przed uderzeniem. Znak korekcji zależy od znaku takiej średniej w oryginalnym sygnału siły względem zera. Przykładowy rezultat tego przesunięcia pokazany jest na Rys. 8.



Rysunek 8: Przebieg sygnału z czujnika (niebieski) oraz skorygowany (czerwony), dla $a = 0.37$ m

- Kolumnę danych skorygowanej siły należy scałkować numerycznie metodą trapezów, która polega na sumowaniu elementarnych pól pomiędzy poszczególnymi wartościami we wczytanym zbiorze. Wysokość każdego z trapezów $h_k = \frac{1}{2}(X_k + X_{k-1})$, podstawa to pozioma odległość między dwoma kolejnymi punktami na osi czasu ($t_k - t_{k-1}$), Rys. 9. Wartość elementarnego pola to:

$$(t_k - t_{k-1}) \cdot \frac{1}{2}(X_k + X_{k-1}).$$



Rysunek 9: Idea całkowania metodą trapezów

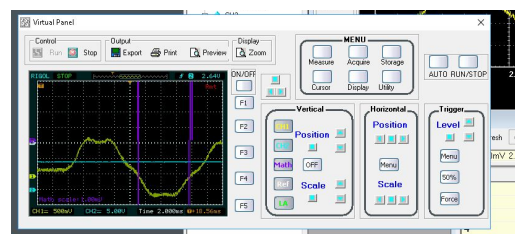
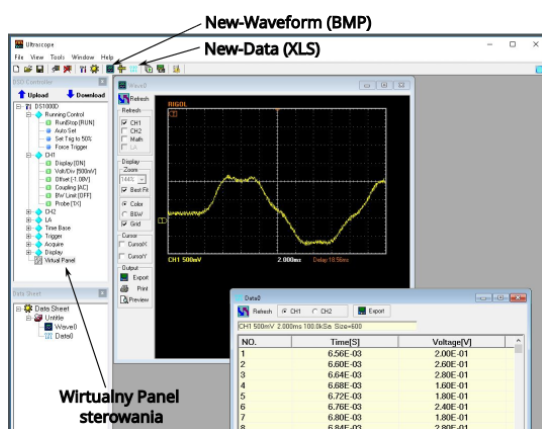
Należy w kolejnej kolumnie, np. F w pierwszej komórce, która odpowiada początkowi zmian sygnału uderzenia (z numerem wiersza X) nadać wartość 0. Pierwsza komórka poniżej ma mieć formułę sumowania poprzedniej plus pole aktualnej wartości elementarnego trapezu, np.:

$$FX + 1 = FX + (AX + 1 - AX) * ((EX + 1 + EX)/2),$$

gdzie w kolumnie A jest czas, a w kolumnie E – wartości skorygowanego sygnału siły. Taką formułę należy skopiować aż do wiersza, gdzie sygnał uderzenia wraca do zera. **Ostatnia komórka tego zakresu zawiera wtedy wartość pola pod krzywą sygnału odpowiadającą impulsowi sił reakcji wyrażoną już w [Ns].**

7. Wykorzystanie komunikacji oscyloskop - komputer w opisanych wyżej sposobach obliczenia impulsu reakcji łożysk.

Alternatywnym sposobem na przechwycenie zarejestrowanych na oscyloskopie danych przebiegu jest użycie programu ULTRASCOPE. Jego uruchomienie pozwala na komunikację z oscyloskopem za pomocą kabla USB i sterowanie większością nastaw oraz transmisję danych do / z komputera. Można zarejestrować zrzut ekranu w formie pliku BMP lub wartości numeryczne gotowe do wczytania do arkusza kalkulacyjnego w formacie XLS, Rys. 10 po lewej.



Rysunek 10: Okno programu ULTRASCOPE (po lewej) oraz wirtualny panel sterowania (po prawej)

Po uruchomieniu programu należy wczytać przygotowany wcześniej plik z konfiguracją sterowania, co pomaga w przechwytywaniu wyników kolejnych eksperymentów bez żmudnego dopasowywania nastaw oscyloskopu. Jeżeli w jego pamięci istnieje już zapisany przebieg uderzenia, to można stworzyć nowe okno *Waveform* (z wizualizacją przebiegu), w którym istnieje możliwość eksportu takiego obrazu w formacie BMP. Tu warto wybrać opcję *B&W*, która daje czarno-biały obraz, czytelniejszy w druku. Do przeniesienia do komputera danych numerycznych należy w menu *File* wybrać opcję *New-Data*, co wywoła tabelę, do której dane z oscyloskopu wczytuje się naciśnięciem pola *Refresh*. Kolejne pole tej tabeli: *Export* umożliwia zapis na dysku pliku w formacie XLS, który można wczytać do arkusza i poddać operacjom opisanych wyżej (wykres, całkowanie numeryczne).

Do rejestracji kolejnych eksperymentów konieczne jest wywołanie wizualnego obrazu oscyloskopu – *Virtual Panel* z jego elementami sterującymi, program ULTRASCOPE blokuje fizyczne przyciski urządzenia, to tak wywołany panel je zastępuje, Rys. 10 po prawej. Do rejestracji należy:

- otworzyć okno wirtualnego obrazu oscyloskopu z okna opcji po lewej stronie - *Virtual Panel*,

- w tym panelu uzbroić oscyloskop wirtualnym przyciskiem *SINGLE*,
- wychylić i puścić wahadło, na oscyloskopie powinien pozostać obraz zarejestrowanego przebiegu, fizyczny przycisk *AUTO* zapala się na czerwono, dane pozostają w pamięci urządzenia,
- zamknąć okno wirtualnego oscyloskopu,
- stworzyć nowe okna *WAVEFORM* oraz *DATA* i wczytać do nich (*REFRESH*) zarejestrowane dane, a następnie przeprowadzić eksport: BMP / XLS do dalszej obróbki.
- czynności te powtarzać do obserwacji i rejestracji kolejnych uderzeń.

Zapisane pliki z danymi eksperymentalnymi pozwalają na wydruk obrazów do pomiaru planimetrem (BMP), Rys. 6, lub drogą całkowania numerycznego (XLS).

5.3 Wyznaczanie położenia środka uderzenia

Doświadczalne wyznaczenie położenia środka uderzenia polega na zmianie położenia przeszkody i obserwacji zmian maksymalnej wartości reakcji łożysk w czasie uderzenia. Położenie podpory, w którym reakcje osiągają wartość zerową określa położenie środka uderzenia. Sposób przeprowadzenia pomiarów:

1. Zamocować przeszkodę w okolicach jej górnego skrajnego położenia, $a = 0,018 - 0,22$ m.
2. Wychylić pręt o kąt $\alpha_1 = 30^\circ$, zanotować jego wartość w tabeli 3 i puścić go swobodnie.
3. Zarejestrować (na oscyloskopie lub w komputerze) przebieg sygnału reakcji R_x w funkcji czasu, zmierzyć amplitudę A .
4. Opuścić przeszkodę w dół, o ok. $1 \div 3$ cm, wychylić pręt o taki sam kąt i zarejestrować przebieg reakcji.
5. Powyższą czynność powtarzać do momentu uzyskania znacząco małej amplitudy przebiegu zmian siły na ekranie i odczytać odległość przeszkody od osi obrotu. Zanotować w tabeli 3.
6. Sprawdzić przebieg reakcji w dolnym zakresie położenia przeszkody, obserwować zmianę znaku sygnału reakcji.

Pomiary przeprowadzić dla dwóch różniących się znacznie kątów α_1 , np. 40° oraz 20° .

6 Opracowanie wyników pomiarów i sprawozdanie

Dla porównania rezultatów otrzymanych z pomiarów z wynikami obliczeń teoretycznych wyznaczana jest teoretyczna wartość impulsu reakcji łożysk. W tym celu należy najpierw obliczyć prędkość kątową ciała przed uderzeniem na podstawie zależności otrzymanej ze wzoru (16) – to jest

$$\omega' = \sqrt{\frac{2mgs(1 - \cos \alpha_1)}{J_y}}, \quad (21)$$

następnie, korzystając z zależności (11) o postaci

$$S = (1 + k)m\omega' \left(\frac{J_y}{ma} - s \right) \quad (22)$$

należy obliczyć wartość impulsu reakcji łożysk (S) i zapisać ją w odpowiedniej rubryce tabeli 2. Tutaj, współczynnik restytucji k to wartość wyznaczona z pomiarów przeprowadzonych dla takiego położenia przeszkody a , dla którego wyznaczany jest impuls reakcji w [Ns]. Teoretyczną wartość odległości środka uderzenia od osi obrotu wyznacza się z zależności (14), tzn.

$$e = \frac{J_y}{ms}. \quad (23)$$

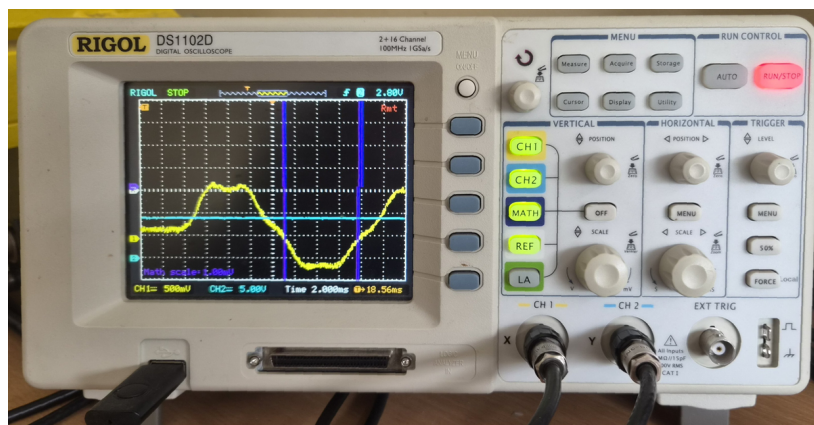
Wartości dane liczbowych elementów stanowiska eksperymentalnego:

masa ciała nieswobodnego: $m = 1.428$ kg,

moment bezwładności ciała względem osi obrotu: $J_y = 0.1083$ kg·m²,

odległość środka ciężkości od osi obrotu: $s = 0.232$ m.

6.1 Opis obsługi oscyloskopu RIGOL DS 1102D



1. W sekcji VERTICAL na płycie czołowej oscyloskopu, włączyć oba kanały przyciskami CH1 i CH2 (powinny być podświetlone). Ustawić sprzężenia stałoprądowe sygnałów wejściowych. Po wciśnięciu przycisku CH1, ustawić sprzężenie (Coupling) sygnału z czujnika drgań: CH1 → Coupling → DC. Podobnie dla sygnału z czujnika optycznego: CH2 → Coupling → DC. Usuwanie rozwijanego na ekranie menu – przyciskiem MENU ON/OFF (obok prawego górnego rogu ekranu).
2. W sekcji VERTICAL ustawić pokrętle SCALE czułość odchyłania (w woltach na działkę) i położenie pionowe przebiegów na ekranie pokrętle POSITION:
CH1 → SCALE → 500mV → POSITION → -1.00V
CH2 → SCALE → 10.0V → POSITION → - 40V
3. W sekcji HORIZONTAL ustawić prędkość podstawy czasu pokrętle SCALE, wyświetlaną na pasku stanu. Wstępnie można ustawić Time 50.00 ms (tzn. 50ms/działkę). Pokrętle POSITION w tej sekcji, ustawić początek wyzwalania w lewej części ekranu (dla tej prędkości podstawy czasu około 250.0ms). Pokazuje to wskaźnik ↓ u góry ekranu, a w prawym dolnym rogu wyświetlana jest wartość np. T → 250.0ms. Po zmianie prędkości podstawy czasu, ustawić podobnie początek wyzwalania w lewej części ekranu.
4. W sekcji TRIGGER ustawić źródło, rodzaj i sposób (jednorazowy - Single) wyzwalania podstawy czasu sygnałem z czujnika optycznego (kanał 2) przy pomocy przycisków rozwijanego menu i pokrętła wielofunkcyjnego.
MENU → Mode → Edge - wyzwalanie zboczem
Source → CH2
Slope → ↑ - zbocze narastające
Sweep → Single - jednorazowy cykl akwizycji po pojawieniu się impulsu wyzwalającego
Pokrętle LEVEL ustawić poziom wyzwalania około 4V: TRIG LVL= 4.00V
Wartość poziomu wyzwalania wyświetlana jest w prawym górnym rogu ekranu.
5. Pomiar okresu, częstotliwości lub amplitudy przy pomocy kursorów. Po zarejestrowaniu przebiegów:
 - nacisnąć przycisk Cursor w sekcji MENU na płycie czołowej oscyloskopu.
 - ustawić tryb ręczny pomiarów kursorowych Manual, naciskając przycisk Mode.
 - przyciskiem Type ustawić kursory parametrów czasowych X lub napięciowych Y.
 - obrotem pokrętła wielofunkcyjnego ustawić kursory A i B w odpowiednich punktach przebiegu. Zmiana kursorów A, B lub AB – przez kolejne wciskanie pokrętła wielofunkcyjnego. U góry ekranu można odczytać odstęp czasu (ΔX) i częstotliwość ($1/\Delta X$), lub różnicę napięć (ΔY).
 - Pomiar automatyczny częstotliwości – nacisnąć przycisk Measure w sekcji MENU.
 - ustawić źródło mierzonego sygnału: Measure → Source → CH1.
 - wybrać pomiar częstotliwości: Time → Freq.
 - na ekranie natychmiast wyświetlany jest wynik pomiaru.

W przypadku trudności z uzyskaniem stabilnego obrazu na ekranie, wcisnąć przycisk AUTO w sekcji RUN CONTROL i powtórzyć czynności 1 do 5.

Uwaga: Oscyloskop obsługuje nośniki pamięci USB sformatowane w systemie plików FAT o pojemności do 16 GB.

7 Pytania kontrolne

1. Na czym polega hipoteza Newtona?
2. Co to jest współczynnik restytucji?
3. Podać definicję impulsu siły?
4. Co oznacza termin „uderzenie mimośrodowe ciała”?
5. Co to jest środek uderzenia?

**LABORATORIUM
MECHANIKI
TECHNICZNEJ**

Ćwiczenie 6

**WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA RESTYTUCJI
I IMPULSU REAKCJI DYNAMICZNYCH W
CZASIE UDERZENIA**

Grupa: _____
Zespół: _____

data _____

Imię i nazwisko:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____

Wnioski:

Tabela 1: Wyniki pomiarów współczynnika restytucji k

Nr pom.	położenie przeszkody	kąt pocz. wychylenia	kąt wych. ciała po odbiciu	współczynnik restytucji	wartość średnia
	a [mm]	α_{1i} [°]	α_{2i} [°]	k_i [-]	k [-]
1/1					
1/2					
1/3					
2/1					
2/2					
2/3					

Tabela 2: Wyniki pomiarów i obliczeń wartości impulsu reakcji S

Nr pom.	Poł. przeszkody a [mm]	Pocz. kąt wych. α_1 [°]	Pole wykresu P [mm ²] / [V·s]	Impuls reakcji S [N·s]		
				eksp.	średnia	teoria
1/1						
1/2						
1/3						
2/1						
2/2						
2/3						

Tabela 3: Wyniki pomiarów i obliczeń odległości środka uderzenia e

Nr pom.	pocz. kąt wych. α_1 [°]	odl. środka uderzenia e [mm]	
		eksperyment	teoria
1			
2			
3			
4			
5			