

DOŚWIADCZALNE WYZNACZANIE MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI METODĄ WAHADŁA

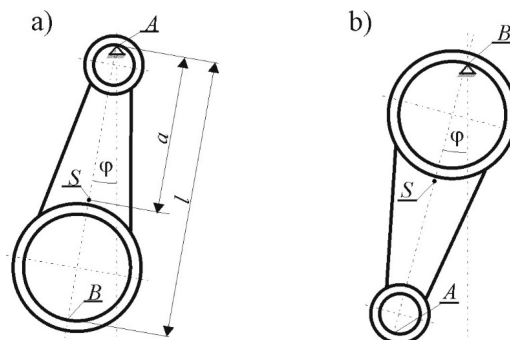
Drgania i Dynamika Maszyn – Ćwiczenie 1A*

Cel ćwiczenia

Celem pierwszej części ćwiczenia jest określenie położenia środka masy korbowodu oraz momentu bezwładności tego korbowodu względem osi przechodzącej przez środek masy i równoległej do osi łożysk. Celem drugiej części ćwiczenia jest określenie momentu bezwładności wału korbowego względem osi obrotu oraz określenie wartości modułu sprężystości postaciowej materiału, z którego wykonano belkę skrętną.

Część pierwsza

Określenie położenia środka masy oraz momentu bezwładności korbowodu jak na Rys. 1.



Rysunek 1

Korbowód zawieszony w sposób pokazany na Rys. 1a) jest wahadłem fizycznym którego równanie ruchu ma postać:

$$B_A \ddot{\phi} + mga\phi = 0, \quad (1)$$

gdzie:

- B_A – moment bezwładności względem osi obrotu,
- m – masa,
- g – przyspieszenie ziemskie równe 9.81 m/s^2 ,
- a – odległość pomiędzy osią przechodzącą przez środek masy S a osią obrotu,
- ϕ – kąt obrotu.

Zastanów się, dlaczego właśnie takie równanie opisuje ruch tego układu; jak je utworzono?

*W: LABORATORIUM DRGAŃ MECHANICZNYCH, K. Marynowski (red), Łódź 2002

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{B_A}{mga}} \quad (2)$$

Czy wiesz jak rozwiązać równanie (1) i wyprowadzić ten wzór?

Korbowód zawieszony w sposób pokazany na rys. 1b) jest innym wahadłem fizycznym o równaniu ruchu:

$$B_B\ddot{\phi} + mg(l-a)\phi = 0 \quad (3)$$

gdzie:

- B_B – moment bezwładności względem osi obrotu,
- l – odległość pomiędzy osiami obrotu.

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{B_B}{mg(l-a)}} \quad (4)$$

W myśl twierdzenia Steinera o momentach bezwładności

$$B_B = B_S + ma^2, \quad B_A = B_S + m(l-a)^2 \quad (5)$$

gdzie B_S – moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy.

Podstawiając równania (5) do równań (2) i (4), otrzymuje się układ dwóch równań:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{B_S + ma^2}{mga}}, \quad T_B = 2\pi\sqrt{\frac{B_S + m(l-a)^2}{mg(l-a)}} \quad (6)$$

Z tego układu równań tych łatwo uzyskać wzory na poszukiwane wielkości a i B_S :

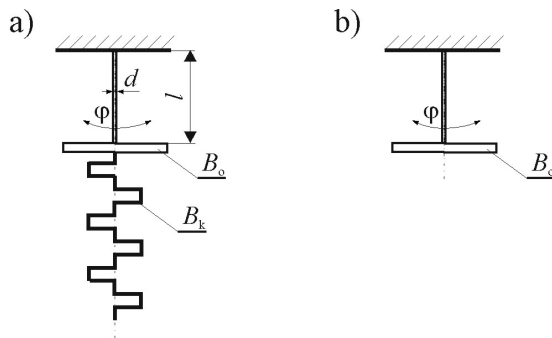
$$a = \frac{g(T_A^2 + T_B^2) - 8\pi^2 l}{4\pi^2(T_B^2 - T_A^2)/l + 8\pi^2}, \quad B_S = \frac{mgaT_A^2}{4\pi^2} - ma^2 \quad (7)$$

Przebieg ćwiczenia – część 1

- Określić czas trwania 50 wahań korbowodu zawieszonego tak, jak na rysunku 1a. Dzieląc ten czas przez 50 określić okres drgań T_A .
- Określić czas trwania 50 wahań korbowodu zawieszonego tak, jak na rysunku 1b. Dzieląc ten czas przez 50 określić okres drgań T_B .
- Obliczyć a i B_S ze wzorów (7), korzystając z określonych wartości T_A i T_B oraz znanych wcześniej wartości: $l = 0.27$ m, $m = 1.85$ kg.

Część druga

Określenie momentu bezwładności wału korbowego względem osi obrotu oraz określenie wartości modułu sprężystości postaciowej materiału, z którego wykonano belkę skrętną.



Rysunek 2: Rysunek 2.

Wał korbowy o momencie bezwładności B_k zawieszony wraz z kołem zamachowym o momencie bezwładności B_o na belce skrętnej o długości l i średnicy d (rys. 2a) stanowi wahadło fizyczne o równaniu ruchu:

$$(B_k + B_o)\ddot{\phi} + k_s\phi = 0 \quad (8)$$

gdzie:

- k_s – współczynnik sztywności belki skrętnej,
- ϕ – kąt obrotu.

Okres drgań swobodnych takiego wahadła wynosi:

$$T_c = 2\pi\sqrt{\frac{B_k + B_o}{k_s}} \quad (9)$$

Koło zamachowe o momencie bezwładności B_o zawieszone na tej samej belce skrętnej (rys. 2b) stanowi wahadło fizyczne o równaniu ruchu:

$$B_o\ddot{\phi} + k_s\phi = 0 \quad (10)$$

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{B_o}{k_s}} \quad (11)$$

Z wytrzymałości materiałów znany jest wzór na współczynnik sztywności belki skrętnej:

$$k_s = \frac{G\pi d^4}{32l} \quad (12)$$

Z równań (9), (11) i (12) łatwo uzyskać wzory na poszukiwany moment bezwładności B_k oraz na moduł sprężystości postaciowej materiału belki skrętnej G :

$$G = \frac{4\pi^2 B_o l}{T_o^2 I_o}, \quad B_k = B_o \left(\frac{T_c^2}{T_o^2} - 1 \right) \quad (13)$$

Przebieg ćwiczenia – część 2

- Określić czas trwania 20 wahań wału korbowego zawieszonego tak, jak na rys. 2a). Dzieliąc ten czas przez 20 określić okres drgań T_c .
- Określić czas trwania 20 wahań koła zamachowego zawieszonego tak, jak na rys. 2b). Dzieliąc ten czas przez 20 określić okres drgań T_o .
- Obliczyć G i B_k ze wzorów (13), korzystając z określonych wartości T_c i T_o , zmierzonych wcześniej wartości: $l = 0.59$ m, $d = 0.005$ m oraz obliczonej wartości momentu bezwładności koła zamachowego $B_o = 0.0707$ kg·m².

LABORATORIUM DRGAŃ MECHANICZNYCH

Ćwiczenie 1A

Doświadczalne wyznaczanie momentów bezwładności metodą wahadła

Grupa: _____

Zespół: _____

data _____

Imię i nazwisko:

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

Wyznaczenie momentu bezwładności i środka ciężkości korbowodu

Wyniki trzech pomiarów czasu 50 wahań korbowodu zawieszonego w punkcie A:

$T_{A1} =$ _____ s $T_{A2} =$ _____ s $T_{A3} =$ _____ s

Okres drgań:

$$T_A = \frac{T_{A1} + T_{A2} + T_{A3}}{150} = \text{_____ s}$$

Wyniki trzech pomiarów czasu 50 wahań korbowodu zawieszonego w punkcie B:

$T_{B1} =$ _____ s $T_{B2} =$ _____ s $T_{B3} =$ _____ s

Okres drgań:

$$T_B = \frac{T_{B1} + T_{B2} + T_{B3}}{150} = \text{_____ s}$$

Obliczenia odległości środka masy od punktu A i momentu bezwładności korbowodu:

$$a = \frac{g(T_B^2 - 4\pi^2 l^2 / g) - 8\pi^2 l}{g(T_A^2 + T_B^2) - 8\pi^2 l} = \text{_____ m}$$

$$B_S = \frac{mgaT_A^2}{4\pi^2} - ma^2 = \text{_____ kg}\cdot\text{m}^2$$

Obliczenia błędu pomiaru:

$$\frac{\Delta B_S}{B_S} \times 100\% = \text{_____ } \%$$

Określenie momentu bezwładności wału korbowego względem osi obrotu oraz określenie wartości modułu sprężystości postaciowej materiału

Wyniki trzech pomiarów czasu 20 wahań wału korbowego i koła zamachowego:

$$T_{C1} = \text{_____ s} \quad T_{C2} = \text{_____ s} \quad T_{C3} = \text{_____ s}$$

Okres drgań:

$$T_C = \frac{T_{C1} + T_{C2} + T_{C3}}{60} = \text{_____ s}$$

Wyniki trzech pomiarów czasu 20 wahań koła zamachowego:

$$T_{O1} = \text{_____ s} \quad T_{O2} = \text{_____ s} \quad T_{O3} = \text{_____ s}$$

Okres drgań:

$$T_o = \frac{T_{O1} + T_{O2} + T_{O3}}{60} = \text{_____ s}$$

Moment bezwładności wału korbowego:

$$B_k = B_0 \left(\frac{T_C^2}{T_o^2} - 1 \right) = \text{_____ kg}\cdot\text{m}^2$$

Obliczenia błędu pomiaru:

$$\frac{\Delta B_k}{B_k} \times 100\% = \text{_____ } \%$$

Obliczenia modułu sprężystości postaciowej:

$$I_0 = \frac{\pi d^4}{32} = \text{_____ m}^4$$

$$G = \frac{4\pi^2 B_0 l}{T_0^2 I_0} = \text{_____ Pa}$$

Uwagi i wnioski: