

Ćwiczenie 8

ANALIZA HARMONICZNA PRZEBIEGÓW DRGAŃ

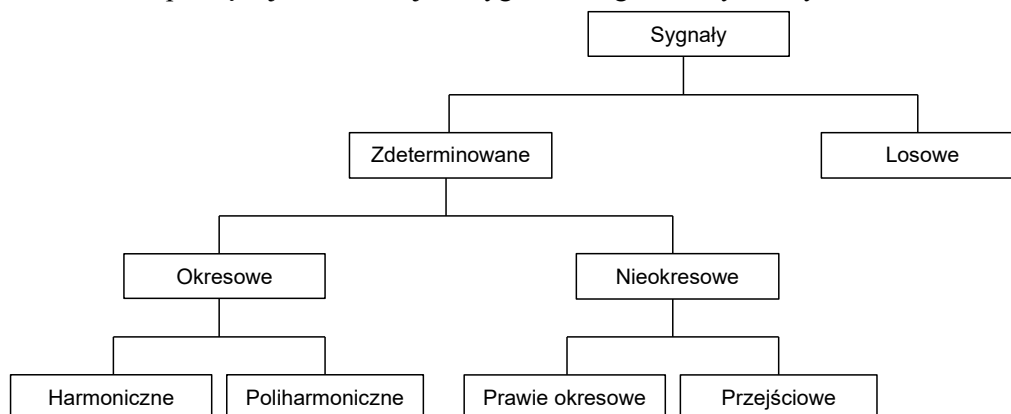
1. Cel ćwiczenia

Analiza przebiegów drgań maszyny i wyznaczenie składowych harmonicznym tych przebiegów,

2. Wprowadzenie

2.1. Sygnały pomiarowe

W celu przeprowadzenia poprawnych pomiarów, a więc doboru odpowiednich czujników i aparatury, należy zdawać sobie sprawę, z jakimi rodzajami sygnałów drgań mamy do czynienia.



Rys.1. Klasyfikacja sygnałów.

Sygnały zdeterminowane – ich przebiegi można w sposób jednoznaczny opisać za pomocą funkcji matematycznych, przy czym opis ten nie może zawierać wielkości losowych.

Sygnały przypadkowe (losowe, stochastyczne) – to takie, których nie można jednoznacznie opisać za pomocą funkcji matematycznych, wartości w każdej chwili są zmiennymi przypadkowymi (losowymi), a ich właściwości opisuje się za pomocą charakterystyk statystycznych. Dzieli się na sygnały stacjonarne i niestacjonarne.

Sygnały okresowe – dla każdej chwili czasu t zachodzi równość: $x(t+T) = x(t)$, gdzie T – okres sygnału.

Sygnały nieokresowe – sygnały, dla których nie jest spełniony warunek okresowości.

Sygnały harmoniczne – w dziedzinie czasu można je opisać funkcją harmoniczną: $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ gdzie A – amplituda sygnału (np. w mm, m/s, m/s²), $\omega_0 = 2\pi f_0$ – częstość kołowa (pulsacja), φ – przesunięcie przesunięcie fazowe.

Sygnały poliharmoniczne – są kombinacją liniową co najmniej dwóch sygnałów harmonicznym, których częstotliwości muszą być całkowitą wielokrotnością pewnej częstotliwości podstawowej.

Sygnały przejściowe – zaczynające i kończące się na poziomie zero (sygnały impulsowe np. udary)

Sygnały stacjonarne - charakterystyki statystyczne (m.in. wartość średnia, wartość średnia kwadratowa) nie są funkcjami czasu.

2.2. Analiza drgań

Na badany obiekt w czasie jego pracy działają zmienne siły o różnych częstotliwościach:

$$P_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1), P_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2), \dots, P_k \sin(\omega_k t + \phi_k) \quad (1)$$

i w efekcie ich działania przebieg drgań obiektu jest złożony. Aby określić pochodzenie sił wymuszających i ich wpływ na drgania obiektu należy sygnały drgań $x(t)$ otrzymane z czujnika drgań rozłożyć na składowe harmoniczne:

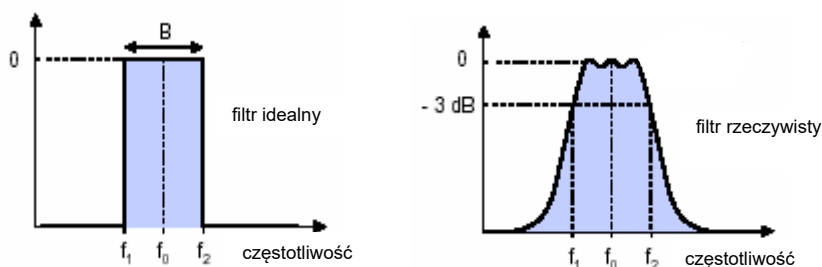
$$x(t) = \sum_{i=1}^k A_i \sin(\omega_i t + \beta_i) \quad (2)$$

W tym celu, należy przeprowadzić **analizę widmową** (częstotliwościową) uzyskanych z pomiarów **sygnałów czasowych** drgań. Analiza sygnałów może odbywać się w sposób analogowy, cyfrowy lub mieszany.

2.2.1. Analizatory analogowe

Analogowe przetwarzanie sygnałów można przeprowadzić przy pomocy elektronicznych analizatorów widma. Może to być zespół filtrów o różnych częstotliwościach przepuszczania lub przestrajane filtry wąskopasmowe.

W analizatorach analogowych, najczęściej stosowane są elektryczne filtry pasmowo – przepustowe. Filtry te przepuszczają składowe sygnały, których częstotliwości znajdują się w paśmie przepustowym B filtru (Rys.2).



Rys.2. Charakterystyka filtru idealnego i rzeczywistego.

Na rysunku przedstawiona jest charakterystyka idealnego i rzeczywistego filtru pasmowo - przepustowego. Idealny filtr pasmowy powinien mieć **tłumienie** równe zero w paśmie przepustowym i nieskończenie wielkie poza tym pasmem, a więc charakterystyka idealnego filtru jest prostokątna. Tłumienie filtrów podawane jest w decybelach.

$$N[dB] = 10 \log \left(\frac{U_{wy}^2}{U_{we}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{U_{wy}}{U_{we}} \right) \quad (3)$$

U_{wy} i U_{we} oznaczają sygnały wyjściowe i wejściowe filtru.

Charakterystyki filtrów rzeczywistych zbliżają się do charakterystyk filtrów idealnych, jeżeli mają płaską część charakterystyki w paśmie przepustowym i możliwie strome zbocza.

Filtry pasmowe określa się za pomocą częstotliwości środkowej f_0 oraz szerokości pasma $B = f_2 - f_1$ wyznaczonej przez częstotliwości graniczne: dolną f_1 i górną f_2 , przy których **moc** sygnału zmniejsza się dwukrotnie, tzn.

$$\frac{U_{wy}^2}{U_{we}^2} = \frac{1}{2} \quad (4)$$

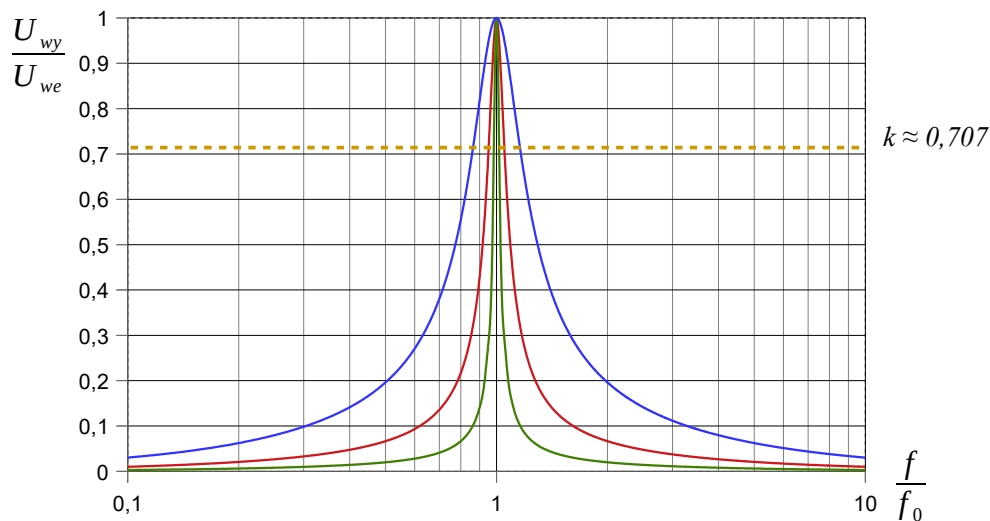
Wtedy **tłumienie** sygnału wynosi

$$N[dB] = 10 \log \frac{1}{2} \approx -3 \text{ dB} \quad (5)$$

natomiast **wzmocnienie**: $k = \frac{U_{wy}}{U_{we}}$ zmniejsza się z wartości $k=1$ (średni poziom wzmocnienia w paśmie przepustowym), do wartości $k = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$ (Rys.3).

Do częstotliwościowej analizy sygnałów drgań stosuje się dwa rodzaje filtrów:

- filtry o stałej **bezwzględnej** szerokości pasma np. 3Hz, 100Hz itp.
- filtry o stałej **procentowej** szerokości pasma, odniesionej do częstotliwości środkowej f_0 , np. 3%, 10%, 30%, (Rys.3).



Rys.3. Charakterystyki filtru wąskopasmowego o szerokości 3%, 10% i 30%.

Częstotliwość środkowa pasma i częstotliwości graniczne tych filtrów są związane zależnością:

$$f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} \quad (6)$$

Im węższa jest szerokość pasma filtru, tym bardziej szczegółowe informacje można uzyskać z analizowanego przebiegu, ale tym dłuższy jest wtedy czas analizy.

2.2.2. Analizatory cyfrowe

Szereg Fouriera

Przebieg okresowy, który może być fizycznie zrealizowany (spełnia warunki Dirichleta) można przedstawić w postaci **szeregu Fouriera** składającego się w ogólnym przypadku ze składowej stałej i sumy funkcji trygonometrycznych o różnych pulsacjach:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (7)$$

a_0 – składowa stała

a_n, b_n – współczynniki szeregów Fouriera, które można wyznaczyć analitycznie

ω_1 – pulsacja podstawowa, $\omega_1 = 2\pi f = 2\pi/T$, gdzie T – okres funkcji

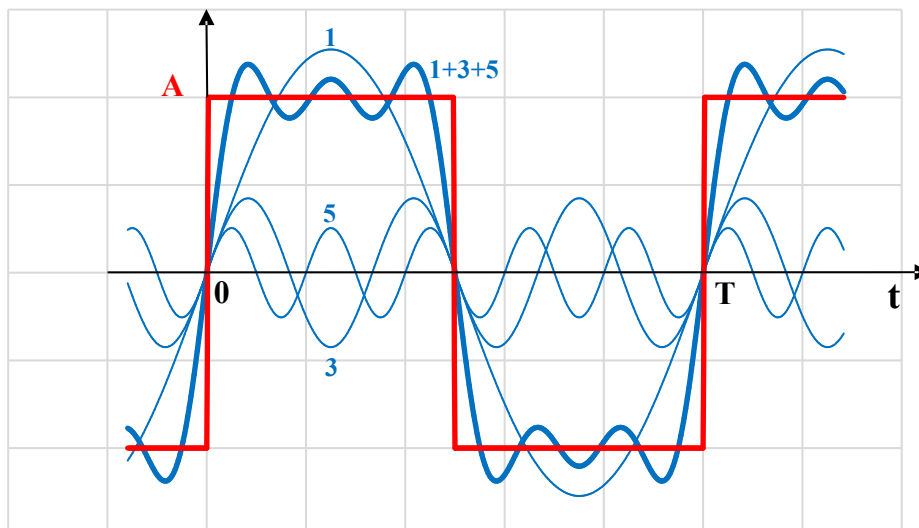
n – liczba naturalna

Rozpatrzmy sygnał okresowy w postaci fali prostokątnej (Rys.4). Po wyznaczeniu współczynników szeregu Fouriera, można go przedstawić za pomocą nieskończonego szeregu trygonometrycznego nieparzystych harmonicznych (1, 3, 5, 7, ...), o malejących amplitudach:

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \frac{1}{7} \sin 7\omega_1 t + \dots \right) \quad (8)$$

Jest to przedstawienie sygnału w **dzielniku czasu**. Na rysunku pokazane są trzy pierwsze składowe równania (8) oraz ich suma.

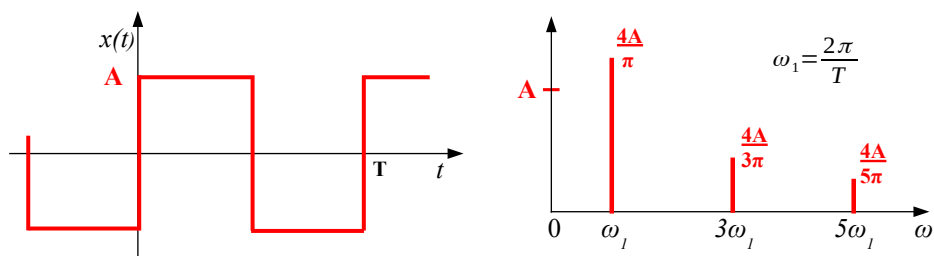
Przykłady aproksymacji różnych sygnałów za pomocą skończonej liczby składowych można znaleźć na stronie: wikipedia.org/wiki/Szereg_Fouriera



Rys.4. Aproxymacja przebiegu prostokątnego za pomocą pierwszych trzech składników szeregu Fouriera (pierwszej, trzeciej i piątej harmonicznej).

Sygnały okresowe można przedstawić wykreślnie również w **dziedzinie częstotliwości**. Na osi odciętych przyjmuje się częstotliwość f lub pulsację $\omega = 2\pi f$. Natomiast na osi rzędnych amplitudy lub stosunki amplitud w postaci prążków (Rys.5). Długość prążków jest proporcjonalna do wartości amplitud odpowiednich harmonicznych znajdujących się w analizowanym sygnale. Wykres taki nosi nazwę **widma amplitudowego** lub **widma częstotliwości**.

Widma sygnałów okresowych mają charakter dyskretny, natomiast widma sygnałów nieokresowych (np. sygnał impulsowy lub stochastyczny) – charakter ciągły (Rys.7, Rys.8).



Rys. 5. Widmo amplitudowe sygnału prostokątnego.

Transformacja Fouriera

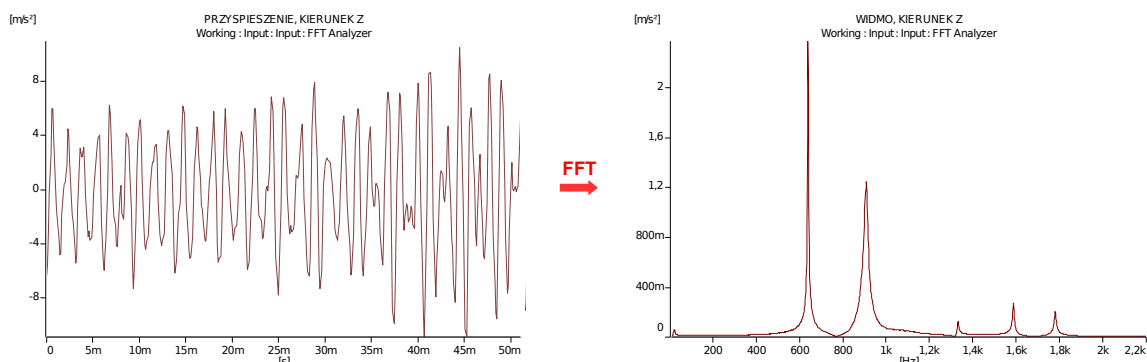
Do przetwarzania cyfrowego sygnałów stosuje się najczęściej **transformację Fouriera**, jest ona podstawowym narzędziem w analizie sygnałów stacjonarnych. Wynikiem transformacji Fouriera jest funkcja nazywana **transformatą Fouriera**.

Transformacja Fouriera dokonuje rozkładu sygnału (np. sygnału drgań) na składowe sinusoidalne o różnych częstotliwościach:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (9)$$

Zoptymalizowana, komputerowa wersja transformacji Fouriera, tzw. **szybka transformacja Fouriera (FFT)**, (*FFT - ang. Fast Fourier Transform*) pozwala na szybką i dokładną ocenę składowych harmonicznych danego sygnału. W jej wyniku otrzymuje się zbiór danych w postaci wartości częstotliwości i odpowiadających im amplitud w wybranym do analizy zakresie częstotliwości.

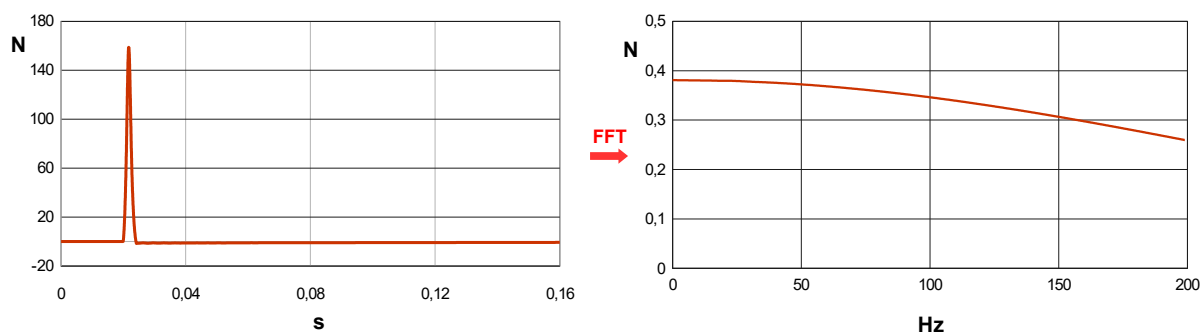
Wynik ten można przedstawić na wykresie, gdzie na ogół oś rzędnych oznacza **amplitudy** poszczególnych składowych (harmonicznych), natomiast oś odciętych podaje ich **częstotliwości**. Transformacja Fouriera służy więc do zamiany funkcji zależnej od czasu na funkcję zależną od częstotliwości, czyli umożliwia przejście z **dziedziny czasu** do **dziedziny częstotliwości**.



Rys.6. Przykład transformacji Fouriera sygnału przyspieszenia drgań - przejście z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości.

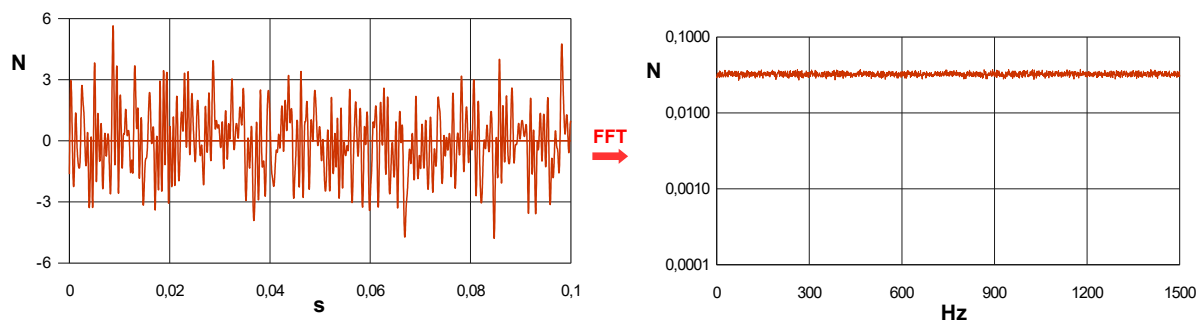
Transformacje Fouriera mają wiele zastosowań - przede wszystkim przetwarzanie sygnałów, ale także przetwarzanie obrazów, kompresja dźwięku w formacie MP3, rozwiązywanie ważnych równań różniczkowych cząstkowych (równanie Poissona), czy analizy numeryczne MES (część zagadnień dynamicznych wymaga przechodzenia między dziedzinami czasu i częstotliwości).

Dla sygnału impulsowego (Rys.7) widmo amplitudowe ma charakter ciągły. Teoretyczny impuls $\delta(t)$ (funkcja Diraca) zawiera sygnały o wszystkich częstotliwościach od $-\infty$ do $+\infty$, o jednakowej amplitudzie równej 1. W chwili $t = 0$ wszystkie składowe widma są w jednakowej fazie. Właśnie ta koncentracja umożliwia powstanie impulsu [1]. Krótkotrwały impuls spowodowany na przykład uderzeniem tzw. młotka pomiarowego, (posiadającego wmontowany czujnik siły) zawiera składowe o jednakowej amplitudzie w szerokim zakresie częstotliwości. A więc układ jest wymuszany wszystkimi częstotliwościami, co umożliwia uzyskanie tzw. charakterystyk dynamicznych (sztywności lub podatności dynamicznych) przy pomocy analizatora FFT.



Rys. 7. Przebieg czasowy i widmo amplitudowe sygnału impulsowego.

Sygnałem stochastycznym jest sygnał, którego wartości w każdej chwili są zmiennymi przypadkowymi (losowymi). Duże znaczenie praktyczne ma sygnał stochastyczny całkowicie nieuporządkowany, zawierający **wszystkie częstotliwości** o jednakowej amplitudzie. Jego energia jest równomiernie rozłożona w całym pasmie częstotliwości. Przez analogię do widm optycznych nazywany jest **białym szumem**. Jeżeli sygnałem z generatora szumu zasilimy wzbudnik (który daje siłę proporcjonalną do sygnału wejściowego), mamy wymuszenie badanego obiektu siłą zawierającą wszystkie częstotliwości (Rys.8), co pozwala określić własności dynamiczne badanego obiektu.



Rys. 8. Przebieg czasowy i widmo sygnału stochastycznego.

3. Stanowisko pomiarowe

Jednym z obiektów którego drgania będą analizowane, jest sprężarka tłokowa. Drgania sprężarki w czasie jej normalnej pracy mają złożony przebieg. Jest to wynikiem nałożenia się efektów działania kilku sił wymuszających o różnych częstotliwościach, które są związane z pracą urządzenia.

Analiza sygnału drgań z czujnika pomiarowego będzie w ćwiczeniu prowadzona dwoma sposobami:

1. Bezpośrednia analiza przebiegu drgań badanego obiektu za pomocą analogowego analizatora wąskopasmowego SM32 znajdującego się w mierniku drgań SM231 firmy RFT.
2. Analiza komputerowa z zastosowaniem szybkiej transformacji Fouriera, przy pomocy systemu pomiarowego PULSE (firmy Bruel & Kjaer) lub systemu SCADA (firmy LMS).

4. Przebieg ćwiczenia

A. Analiza drgań badanego obiektu za pomocą analogowego analizatora wąskopasmowego.

1. Wybrać odpowiedni czujnik (piezoelektryczny, elektrodynamiczny, transformatorowy lub laserowy) w zależności od badanego obiektu i warunków pomiaru drgań.
2. Umieścić czujnik drgań na badanym obiekcie.
3. Przełącznik rodzaju mierzonej wielkości ustawić w położenie **a**, **v** lub **ζ** (przyspieszenie, prędkość lub przemieszczenie).
4. Przełącznikiem zakresu poziomu sygnału miernika SM231 nastawić największą wartość.
5. Przełącznik **SZEROKOŚĆ PASMA** analizatora SM32 ustawić w położenie **LIN** (całe widmo częstotliwości).
6. Miernik drgań włączyć do sieci, uruchomić badany obiekt.
7. Zmieniając zakres miernika poziomu, doprowadzić do wychylenia wskazówki miernika powyżej 1/3 zakresu. Zanotować wskazania miernika.
8. W celu przeprowadzenia analizy, ustawić przełącznik **SZEROKOŚĆ PASMA** analizatora w położenie 30% i przestrajać częstotliwość f_0 potencjometrem pomiarowym aż do uzyskania wyraźnych wychyleń wskazówki. Zanotować poziomy składowych widma badanych drgań oraz częstotliwości przy których występują. Dla dokładnego określenia częstotliwości, zmienić szerokość pasma na 3%.

B. Analiza widmowa sygnałów okresowych, sygnału białego szumu oraz sygnału impulsowego.

1. Doprowadzić do analizatora FFT sygnały okresowe (sinus, prostokąt, trójkąt) oraz sygnał białego szumu z generatora funkcji. Zarejestrować przebiegi czasowe i widma tych sygnałów.
2. Zarejestrować przebieg czasowy i widmo sygnału impulsowego z młotka uderowego.

C. Analiza drgań z zastosowaniem szybkiej transformacji Fouriera.

1. Umieścić czujnik drgań na badanym obiekcie.
2. Uruchomić odpowiedni program obliczeniowy w systemie PULSE lub SCADA.
3. Uruchomić badany obiekt.
4. Przeprowadzić analizę drgań, zarejestrować wyniki.

5. Literatura

1. Hagel R., Zakrzewski J.: Miernictwo dynamiczne, WNT, Warszawa 1984.
2. Otnes R.K., Enochson L.: Analiza numeryczna szeregów czasowych, WNT, Warszawa 1978.
3. Katalogi firmy Bruel & Kjaer.

6. Sprawozdanie z wykonanego ćwiczenia.

1. Wpisać do sprawozdania wyniki pomiarów z analizatora analogowego.
2. Wydrukować zarejestrowane przebiegi z analizatora cyfrowego.
3. Porównać wyniki z analizatora analogowego i cyfrowego.
5. Na podstawie przeprowadzonych badań określić źródła drgań tzn. pochodzenie sił wymuszających.
6. Porównać obie metody analizy drgań.